



UNIVERSIDADE EDUARDO MONDLANE

FACULDADE DE CIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA

Trabalho de Licenciatura em Estatística

**Aplicação dos Modelos da classe ARCH Na Previsão de Volatilidade de Taxas de
Juros das Operações Sobre os Activos dos Bancos Comerciais no Mercado
Moçambicano**

Autor: Eduardo Ernesto Guambe

Maputo, Julho de 2015



UNIVERSIDADE EDUARDO MONDLANE

FACULDADE DE CIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA

Trabalho de Licenciatura em Estatística

**Aplicação dos Modelos da Classe ARCH na Previsão de Volatilidade de Taxas de
Juros das Operações Sobre os Activos dos Bancos Comerciais no Mercado
Moçambicano**

Autor: Eduardo Ernesto Guambe

Supervisor: Dr. Herlander Namuíche

Maputo, Julho de 2015

DECLARAÇÃO DE HONRA

Declaro por minha honra que o presente trabalho é fruto de da minha própria investigação, que não foi submetido para outro grau que não seja o indicado - Licenciatura em Estatística, na Universidade Eduardo Mondlane.

Maputo, Julho de 2015

(Eduardo Ernesto Guambe)

DEDICATÓRIA

Aos meus Pais:

Ernesto Guambe e Alda Mavume

Há certas circunstâncias que surgem na vida da gente que proporcionam oportunidades raras para
meditação e reflexão.

Esta é realmente uma oportunidade preciosa.

Ao escrever esta página para dedicar esse trabalho a vocês quero aproveitar a oportunidade para
realçar o carinho e o afecto, o amor e ternura que vão nesta simples dedicatória.

Pena que as palavras sejam tão áridas e insuficientes para retratar a dimensão de certos
sentimentos.

AGRADECIMENTOS

Na primeira vez que sento para escrever um trabalho, a criação começa com uma alegria solitária, há somente Deus e eu. Então, gradualmente, o círculo começa a se expandir, abrangendo mais e mais e mais pessoas, todas elas contribuindo com sua perícia até que finalmente você está segurando a criação de um trabalho de licenciatura em suas mãos

Um especial agradecimento vai para o meu supervisor, Dr. Herlander Namuíche, que com muita paciência e sabedoria mostrou-me a iluminação para a conclusão do meu trabalho, muito obrigado.

À minha falecida irmã (Mana Fatiminha), que sempre acreditou no meu potencial e com paciência ensinou-me a ler e a somar números, meu muito obrigado.

Muito obrigado aos meus Pais Ernesto Guambe e minha Alda Mavume, que de tudo fizeram para que eu concluísse a minha faculdade, e muito obrigado aos meus irmãos em especial ao Dionísio Guambe, pelo apoio incondicional durante a minha trajectória académica.

Um especial agradecimento vai para o dr. Frederico Machado, pela inspiração e ajuda que sempre me proporcionou durante o meu percurso académico.

Muitíssimo obrigado para os meus Grandes companheiros de carteira e amigos Simão Lopes e Sidónio Samugí, que arrisco dizer que sem a motivação deles, eu não teria conseguido seguir em frente, muito obrigado.

Para um colega especial que muito ajudou a moldar a minha personalidade, Emídio Cumbane, muito obrigado. Para Artur Malate e Ignécio Adriano, Custódio Macuácuca, Yara Metambo, Maria Sampaio, muito obrigado.

Muito obrigado aos meus amigos: dr. Maximiano Balane, Sansão Narciso, Carolina Lourenço, Jossias Manuel, Julião Nassone, Fredi Fombe, Sérgio Luísa e Luís Zucule pelo companheirismo, meu muito obrigado.

Muito obrigado, muito obrigado e muito obrigado!

"Nosso grande medo não é o de que sejamos incapazes.
Nosso maior medo é que sejamos poderosos além da medida. É nossa luz, não nossa escuridão,
que mais nos amedronta.
Nos perguntamos: "Quem sou eu para ser brilhante, atraente, talentoso e incrível?" Na verdade,
quem é você para não ser tudo isso?... ser o pequeno não ajuda o mundo. Não há nada de
brilhante em encolher-se para que as outras pessoas não se sintam inseguras em torno de você.
E à medida que deixamos nossa própria luz brilhar, inconscientemente damos às outras pessoas
permissão para fazer o mesmo".

Nelson Mandela

RESUMO

As séries temporais financeiras, como as de taxas de juros, preços de acções, taxas de câmbio, taxas de inflação, etc., muitas vezes exibem o fenómeno de aglomeração de volatilidade, isto é, períodos em que seus preços apresentam grandes oscilações por um extenso período de tempo, seguidas de períodos em que há relativa calma, sugerindo que a variância de séries temporais financeiras variam ao longo do tempo.

O escopo principal deste trabalho centra-se na determinação de um modelo quantitativo consistente e representativo para a previsão de volatilidade de taxas de juros das operações sobre os activos dos bancos comerciais através de procedimentos estatísticos e econométricos para séries temporais univariados.

Procedeu-se a comparação dos modelos ARCH, GARCH e EGARCH para analisar a volatilidade de taxa de juros no período de Janeiro de 2001 a Julho de 2014.

A aplicação dos critérios de selecção sugeriu que o modelo GARCH (1,1) é o que melhor se ajusta ao comportamento da série de taxas de juros dentro do período em estudo. Não obstante, para fins de previsão, isto é, para períodos subsequentes o melhor que mais se ajusta a série de taxas de juros é o ARCH (1).

Deste modo, dos modelos estimados, o que melhor se ajusta a volatilidade da série de taxas de juros é o modelo ARCH (1).

Palavras -chaves: Taxa de Juros, Volatilidade; Previsão; Modelos ARCH.

ÍNDICE

I. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Definição de problema	3
1.2. Relevância do Estudo.....	3
1.3. Objectivos	4
1.3.1. Objectivo geral.....	4
1.3.1. Objectivo específicos.....	4
1.4 Estrutura do trabalho.....	4
II. REVISÃO DA LITERATURA.....	6
2.1. Considerações gerais sobre séries temporais	6
2.2 Comportamento Estatístico de Séries temporais financeiras	6
2.3 Composição do Sistema Bancário Moçambicano	11
2.4 Taxas de Juros	11
2.5 Aspectos Teóricos dos Modelos ARCH	12
2.6 Modelos ARCH	21
III. MATERIAL E MÉTODOS.....	29
3.1. Material	29
3.2. Métodos.....	29
3.2.1. Modelos ARCH	29
3.2.2. Modelos GARCH.....	30
3.2.3 Modelos EGARCH.....	31
3.2.3. Estimação dos Modelos ARCH.....	32
3.2.4 Ergodicidade.....	39
IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	40
4.1. Análise exploratória dos dados	40

4.2 Resultados empíricos	43
4.2.1. Testes de raiz unitária	43
4.3 Estimação de modelos.....	43
4.3.1 Modelo ARIMA.....	43
4.3.3 Estimação de Modelo ARCH (1).....	46
4.3.4. Estimação dos modelos GARCH (1, 1) e EGARCH (1, 1).....	47
4.4. Comparação dos modelos estimados	49
4.4.1 Análise de significância e representatividade do modelo estimado.....	50
4.4.2 Previsão.....	50
4.5. Análise e discussão de resultados	52
V. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	53
5.1. Recomendações.....	53
5.2 . Limitações do estudo	54
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	55
ANEXOS.....	65

LISTA DE ABREVIATURAS

BM	Banco de Moçambique
EPDSF	Estratégia para o Desenvolvimento do Sistema Financeiro
ARCH	Auto Regressive Condicional Heterocedastic
GARCH	Generalized Auto Regressive Condicional Heterocedastic
EGARCH	Exponencial Generalized Auto Regressive Condicional Heterocedastic
ARIMA	Auto Regressivo e Integrado de Média Móveis
AR	Auto Regressivo
ADF	Teste Aumentado de Dickey-Fuller
MA	Média Móveis
AIC	Critério de Informação de Akaike
SIC	Critério de Informação de Schwartz
FAC	Função de Auto Correlação
FACP	Função de Auto Correlação Parcial
SPSS	Statistic Package for Social Sciences
Eviews	Econometric Views

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 4.1	Teste de raiz unitária de Dickey- Fuller para a taxa de juros activas em Moçambique..	46
Tabela 4.2	Teste de raiz unitária de Dickey- Fuller em primeiras diferenças para a taxa de juro activa no MMI em Moçambique.....	48
Tabela 4.3	Estimação do modelo de taxas de juros em operações activas no MMI em Moçambique	50
Tabela 4.4	Correlograma de função de auto-correlação e auto-correlação parcial dos resíduos	50
Tabela 4.5	Teste LM de efeito de ARCH para a variância dos erros do modelo de taxas de juros activas no MMI.....	51
Tabela 4.6	Estimação de ARCH (1) para taxas de juros nas operações activas em Moçambique... ..	52
Tabela 4.7	Modelo GARCH (1, 1) para a taxa de juro nas operações activas.....	53
Tabela 4.8	Modelo EGARCH (1, 1) para a taxa de juros nas operações activas no.....	54
Tabela 4.9	Estatísticas para a selecção de modelos	54
Tabela 4.10	Estatísticas de desempenho da previsão dentro da amostra.....	55
Tabela 1A	Série de taxas de Juros para Operações no Mercado Monetário em Moçambique... ..	72
Tabela 2A	Estatísticas descritivas de taxas de juros em operações activas no período em estudo.....	72
Tabela 1C	Correlograma dos resíduos padronizados do modelo ARCH (1).....	75
Tabela 2C	Teste LM para de efeito ARCH para os resíduos do modelo ARCH (1).....	75
Tabela 1D	Correlograma dos resíduos padronizados do modelo GARCH (1, 1).....	76
Tabela 2D	Teste LM para de efeito ARCH para os resíduos do modelo GARCH (1, 1).....	76

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 4.1 Histograma da série de taxas de juros em operações activas no MMI em Moçambique.....	46
Figura 4.2 Correlograma da FAC e FACP em primeiras diferenças de série de taxas de juros.....	49
Figura1B Análise residual do modelo AR (2).....	74
Figura 2B Histograma dos resíduos do modelo AR (2).....	74

I. INTRODUÇÃO

Existe um atraso de tempo entre um evento futuro que é desconhecido e a ocorrência efectiva desse evento. Esta diferença do tempo é a razão principal para planejar e prever. Se período entre a decisão de se começar um projecto e a sua finalização for muito pequeno, então não há necessidade para planeamento. Porém, se o período for longo e o resultado do evento final é condicional na identificação dos factores, o planeamento pode executar um importante papel. Nestas situações a previsão é necessária para determinar quando um evento irá ocorrer ou quando uma necessidade surge, possibilitando que as acções apropriadas possam ser tomada, ou seja, a previsão é um suporte importante para um planeamento efectivo e eficiente.

Portanto, a modelagem e previsão de séries temporais financeiras tem sido um dos objectivos da investigação teórica. Os modelos ARIMA (Autoregressivo e Integrado de Média Móvel) de Box & Jenkins são muito utilizados para esse fim.

Uma premissa importante do modelo de regressão linear clássico é a de que os termos de erro μ_i da função de regressão populacional devem ser homocedásticos, isto é, devem ter todos a mesma variância (Gujarati, 2006). A não verificação dessa premissa, resulta naquilo a que chama-se heterocedasticidade.

Segundo Gujarati (2006), a heterocedasticidade ou variância do termo de erro desigual, é característica de dados de corte, ou seja dados colhidos num certo ponto do tempo.

No entanto, as séries temporais financeiras, como taxas de juros, preços de acções, taxas de câmbio, taxas de inflação, etc., muitas vezes exibem o fenómeno de “*aglomeração de volatilidade*” (Mandlebroit, 1963), isto é, períodos em que seus preços apresentam grandes oscilações por um extenso período de tempo, seguidas de períodos em que há relativa calma, sugerindo que a variância de séries temporais financeiras varia ao longo do tempo.

Como aponta Magri (2006), esta característica pode ser descrita pela elevada auto-correlação no quadrado dos retornos. A auto-correlação presente no quadrado dos retornos das séries financeiras faz com que a variância condicional apresente uma dependência temporal dos choques passados.

A correcta previsão de volatilidade é importante não só no esboço de estratégias óptimas como também permite captar momentos de grande incerteza no mercado financeiro.

No entanto, existe hoje uma crescente evidência que sugere que a utilização de volatilidades previsionais obtidas através de modelos de séries temporais conduziram a melhores e mais precisas avaliações de opções (Couto *et al.*, 2003).

Dentro dos modelos de previsão da volatilidade destaca-se o modelo ARCH (Heterocedasticidade Condicional Autoregressiva) desenvolvido originalmente por Engle (1982).

O modelo ARCH considera que a volatilidade de uma série temporal é uma variável aleatória condicionada pela variabilidade verificada nos momentos passados, ou seja, a variância condicionada observada ao longo de diferentes períodos pode ser auto-correlacionada (Gujarati, 2006).

Bollerslev (1986), ampliou o trabalho original de Engle, desenvolvendo uma técnica que permite a inclusão de valores desfasados da variância condicional na equação da variância corrente. O modelo ARCH (p, q) generalizado, que viria a ser chamado - GARCH (p, q), permite a presença de componentes autoregressivos e média móvel na variância heterocedástica. O processo GARCH pode ser visto como a representação de um processo ARCH de mais alta ordem de forma parcimoniosa, (Caiado, 2003).

Posteriormente foram desenvolvidas diversas ramificações dos modelos ARCH e GARCH, de forma a colmatar algumas dificuldades de estimação e aplicabilidade observadas nesses modelos (Issler, 1999).

Nesta pesquisa faz-se uma abordagem econométrica baseada nos modelos Autoregressivos de Heterocedasticidade Condicional (ARCH).

1.1 Definição de problema

Uma característica de grande parte das séries temporais financeiras como as taxas de juros nominais sobre activos dos bancos é que são não estacionárias. Por outro lado na forma de primeiras diferenças elas são em geral, estacionárias.

Por conseguinte, em vez de modelar essas séries em níveis, porquê não modelar as suas primeiras diferenças? Mas essas primeiras diferenças frequentemente exibem amplas oscilações ou volatilidade sugerindo que a variância das séries temporais financeiras varia ao longo do tempo violando assim o pressuposto de homocedasticidade o que dificulta a estimação e previsão econométrica.

As taxas de juros aplicadas pelos bancos comerciais em Moçambique aos seus clientes foram liberalizadas em 1994, entretanto o banco de moçambique publica mensalmente a média aritmética simples das taxas aplicadas pelas instituições de credito mais representativas, (Boletim Estatístico, 2003).

Dado que a taxa de juro das operações sobre activos dos bancos é uma série temporal financeira surge então a seguinte questão:

- **Qual o modelo da classe ARCH que melhor se ajusta a volatilidade taxa de juro das operações sobre activos dos bancos comerciais em Moçambique?**

1.2. Relevância do Estudo

Este estudo é relevante na medida que são poucos os trabalhos sobre aplicabilidade dos modelos ARCH em Moçambique sobre as principais variáveis financeiras como é o caso de taxa de juro das operações sobre activos dos bancos comerciais em Moçambique.

Construir modelos para estimar e prever a volatilidade futura tem sido tema de muitos estudos científicos em mercados financeiros, visto que estes auxiliam os agentes económicos na tomada de decisões. Por exemplo, a dinâmica do mercado pode ser traduzida pelas expectativas dos

agentes, isto é, quanto uma empresa deve produzir ou armazenar, qual a taxa de empréstimo que a beneficia, ou ainda quanto ela espera que o Dólar/Rand valerá no final do ano em relação ao Metical, dado que ela é uma empresa de comércio exterior. Ou seja, todas as decisões de produção, de investimento ou de consumo passam pelo nível geral de preços, tanto presente quanto futuro – daí a importância de se estimar e prever a volatilidade de taxa de juro das operações sobre activos dos bancos comerciais em Moçambique, (de Alencar, 2006).

1.3. Objectivos

1.3.1. Objectivo geral

Mostrar a aplicabilidade dos modelos da classe ARCH na estimação e previsão da volatilidade de taxas de juros das operações sobre o activo dos bancos comerciais em Moçambique no período de Janeiro de 2001 a Julho de 2014.

1.3.1. Objectivo específicos

- Estimar a taxa de juro taxa de juro das operações sobre o activo dos bancos comerciais em Moçambique para o período de Janeiro de 2001 a Julho de 2014 usando o modelo ARMA;
- Estimar modelos da classe ARCH que melhor se ajustam a volatilidade de taxas de juros em estudo no período acima referido;
- Prever a volatilidade e as taxas de juros das operações sobre o activo dos bancos comerciais em Moçambique para os próximos 12 meses de 2015.

1.4 Estrutura do trabalho

No capítulo 1 é feita a apresentação do tema bem como a definição do problema de estudo. São também apresentados os objectivos gerais e específicos a alcançar e as principais motivações que conduziram a pesquisa.

A revisão da literatura é apresentada no capítulo 2. Neste capítulo são introduzidos os conceitos de volatilidade, estacionaridade e variância condicional que constituem uma base teórica para o estudo dos modelos ARCH. De forma a facilitar a compreensão dos resultados empíricos obtidos é também apresentada uma discussão contendo os principais aspectos teóricos dos modelos ARCH, focalizando suas propriedades estatísticas.

O capítulo 3 apresenta a metodologia usada para a realização do estudo. É feita uma descrição dos dados utilizados e da fonte de dados. Apresenta-se, também, as principais etapas para a aplicação dos modelos ARCH: identificação, estimação, diagnóstico e previsão.

No capítulo 4 são apresentados os resultados das estimações dos modelos ARCH propostos neste estudo e sua respectiva discussão, bem como resultados sobre a previsão da taxa de juros em estudo para os primeiros 12 meses de 2005.

Por fim são apresentadas, no capítulo 5, as principais conclusões do estudo e produzidas algumas recomendações para futuras pesquisas.

II. REVISÃO DA LITERATURA

2.1. Considerações gerais sobre séries temporais

Conforme Bezzera (2006), serie temporal é qualquer conjunto de observações ordenadas no tempo. Segundo Ehlers (2003), a característica mais importante deste tipo de dados é que observações vizinhas são dependentes e o maior interesse de pesquisadores é analisar e modelar esta dependência.

Segundo Morretin & Tolo (1987), Séries temporais são compostas por quatro elementos:

- i. Tendência: verifica o sentido de deslocamento da série ao longo de vários anos.
- ii. Ciclo: movimento ondulatório que ao longo de vários anos tende a ser periódico.
- iii. Sazonalidade: movimento ondulatório de curta duração, em geral, inferior a um ano, associada, na maioria dos casos, a mudanças climáticas.
- iv. Ruído aleatório ou erro: compreende a variabilidade intrínseca aos dados e não pode ser modelado.

2.7. Comportamento Estatístico de Séries temporais financeiras

Como reza Morretin (2004), as séries temporais financeiras apresentam características próprias que tendem a aparecer como padrão para o retorno dos mais variados activos.

Para consolidar a ideia acima, Gujarati (2006), afirma que, as series temporais financeiras muitas vezes exibem o fenómeno aglomeração da volatilidade, isto é, períodos em que os seus preços apresentam grandes oscilações por um extenso período, seguidos de outros em que há estabilidade.

Esta característica (aglomeração da volatilidade), pode ser descrita pela presença de elevada autocorrelação no quadrado dos retornos. A auto-correlação presente no quadrado dos retornos

das séries financeiras faz com que a variância condicional dos retornos apresente uma dependência temporal dos choques passados (Magri, 2006).

Ainda Magri (2006), muitas séries financeiras também apresentam distribuições assimétricas.

Além disso, as distribuições têm caudas mais pesadas que as de uma distribuição normal. Essa característica é consequência da existência de muitos *outliers*, observações com muitos desvios padrão afastados da média.

As séries apresentam desvio padrão mudando ao longo do tempo. O desvio padrão é uma boa medida de risco, pois diz o quanto o retorno varia em torno da média. Quando vários activos estão combinados em uma carteira, a co-variância de cada activo com a carteira do mercado é uma medida mais importante do risco, mas o desvio padrão é uma medida simples e fácil de calcular. Essa heterocedasticidade apresenta ainda uma peculiaridade; períodos de alta volatilidade (alto desvio padrão) tendem a ocorrerem em *clusters*, isto é, erros grandes ou pequenos tendem a ocorrer em grupos (Caiado, 2003).

Assim, portefólios são escolhidos com base nas médias e variâncias dos retornos de cada activo, uma melhor previsão da variância é de grande ajuda, (Pereira 2005).

Como aponta Caiado (2003), a volatilidade pode definir-se como uma medida de variações quase sempre imprevisíveis dos rendimentos dos activos, por isso se diz que a volatilidade é uma variável aleatória que segue um processo estocástico.

Volatilidade é o nome genérico para a variância condicional. Em finanças, diz-se frequentemente que um activo financeiro é volátil quando este regista oscilações fortes no seu comportamento, (Issler, 1999). O termo é bastante empregue para denotar a variância condicional de retornos de preços de activos. Existem 4 tipos de volatilidade:

- Volatilidade histórica: é a volatilidade calculada usando séries históricas de um determinado activo financeiro e definida como o desvio padrão ou variância dos preços desse activo Araújo *et al* (2003);
- Volatilidade implícita: é a volatilidade futura estimada pelo mercado e calculada através de métodos probabilísticos complexos (Duarte e Fonseca, 2003);

- Volatilidade determinística: é a volatilidade efectiva do preço do activo subjacente no futuro. Não é conhecida à partida, mas pode ser determinada e uma vez determinada torna-se imediatamente volatilidade histórica (Duarte e Fonseca, 2003);
- Volatilidade estocástica: a volatilidade pode definir-se como uma medida de intensidade das variações dos rendimentos de activos, considerando-se a volatilidade como uma variável aleatória que segue um processo estocástico (Caiado, 2003).

Em modelos econométricos convencionais, a variância do erro é por hipótese constante. Entretanto, na presença de aglomeração de volatilidade, a hipótese de homocedasticidade não é verificada (Freire, 2004). Estatisticamente, esta característica (aglomeração de volatilidade) pode ser descrita pela presença de elevada autocorrelação no quadrado dos erros. A auto-correlação presente no quadrado dos erros faz com que a variância condicional¹ dos erros apresente uma dependência temporal em relação aos erros passados Hottta *et al* (1999).

O grande interesse entre investigadores e investidores na modelização da variância condicional (volatilidade) das séries temporais financeiras desencadeou o desenvolvimento de um grande número de modelos que têm como base o modelo ARCH de (Engle, 1982).

Contudo, passados mais de 20 anos desde a sua introdução, houve uma vasta quantidade de pesquisas empregando extensões do modelo para descrever a variância condicional das séries financeiras, ilustrando tanto as suas vantagens bem como as desvantagens Couto *et al* (2003).

Engle (1982), no seu artigo inicial, propõe modelo Autoregressivo de Heterocedasticidade Condicional – ARCH, para modelar a taxa de inflação do Reino Unido, o qual explicita a variação temporal da variância condicional relacionando-a com variáveis conhecidas de períodos anteriores. Em princípio, o interesse foi tentar modelar perturbações de modelos mais complexos como o ARMA, com o objectivo de melhorar as estimativas e obter intervalos de confiança mais precisos.

¹ De uma forma genérica, a variância condicional de Y dado X pode definir-se por:

$$Var_y(Y/X) = E[Y^2/X] - (E[Y/X])^2 \quad (\text{ver e.g. Mello, 2007})$$

Posteriormente, esses modelos passaram a ser fortemente associados à modelagem da variância condicional de séries temporais financeiras (Lucas, 2003).

Nesse artigo, Engle apresenta um processo com média zero, serialmente descorrelacionado e com variâncias condicionais que não são constantes, mas variâncias incondicionais constantes. A partir daí é possível modelar simultaneamente a média condicional e a variância condicional de uma série (Freire, 2004).

Na forma padronizada, o modelo ARCH explicita a variância condicional como uma função do quadrado dos choques (erros) desfasados alguns períodos Couto *et al.* (2003).

O modelo ARCH é utilizado para fornecer uma vasta classe de possíveis parametrizações de heterocedasticidade.

Couto *et al.* (2003) observam que em muitas aplicações, o modelo linear ARCH (q) requer um q com desfasamentos muito longos. Em alternativa e com maior flexibilidade na estrutura de desfasamentos, surge o modelo ARCH generalizado (GARCH) desenvolvido por (Bollerslev, 1986).

Apesar do modelo GARCH remover, dos erros, os efeitos do excesso de concentração em torno da média (curtose), não resolve o problema da assimetria da sua distribuição. Assim é admissível que as previsões e a variância do erro de previsão sejam enviesadas nas séries temporais assimétricas Couto *et al.* (2003).

Posteriormente foram criadas algumas modificações no modelo GARCH que explicitamente têm em consideração distribuições assimétricas. Exemplo disso é o modelo GARCH Exponencial (EGARCH) desenvolvido por Nelson (1991). Em alternativa, Engle e Ng (1993) e Sentana (1995) propuseram o modelo GARCH Quadrático (QGARCH).

Engle, Lilien e Robins (1987), introduziram o ARCH em média (ARCH-M), uma extensão do ARCH destinada a possibilitar a utilização da variância condicional como determinante da média. No mesmo estudo, o ARCH-M foi aplicado a 3 produtos da dívida pública americana, dois de curto prazo – Bilhetes do tesouro a 6 meses e a 2 meses – e um de longo prazo –

obrigações de empresas de 20 anos – tendo concluído pela robustez do modelo e pela instabilidade do prémio de risco dos activos analisados.

O modelo ARCH de Engle foi o pioneiro na modelização da volatilidade², mas são as suas extensões, como os modelos da família GARCH, que mais destaque têm merecido na vasta literatura.

Estes modelos (da família GARCH) apresentaram, em várias situações, melhor desempenho na modelização e previsão da variância condicional de séries temporais financeiras, como indicam as pesquisas a seguir citadas.

Akgiray (1989), encontrou no seu estudo evidência de superioridade dos modelos GARCH em relação aos modelos ARCH para a previsão mensal da volatilidade do índice accionista do mercado norte – americano.

Chong *et al* (1999), analisaram a performance do modelo GARCH e outras derivações desse modelo, utilizando as taxas de rendibilidade de vários índices diários sectoriais do mercado accionista de Kuala Lumpur, constatando que o modelo EGARCH apresenta o melhor desempenho.

Por sua vez, Couto *et al* (2003), ressaltam que para índices de acções provou-se que o EGARCH é o melhor modelo de heterocedasticidade condicional.

No entanto, Gokcan (2000), constatou que nos mercados de capitais emergentes, o modelo GARCH (1,1) tem uma *performance* superior ao modelo EGARCH, mesmo quando as séries das rendibilidades do mercado apresentam uma distribuição assimétrica.

Franses e van Dijk (1996), comparam os modelos GARCH, QGARCH e GJR, na previsão da volatilidade semanal de vários índices europeus de mercados de títulos. Os autores concluíram que o modelo GARCH obteve melhor desempenho que os modelos GARCH não lineares.

Brooks (1998), aplicou um conjunto de modelos estatísticos, entre os quais os ARCH, EGARCH e GJR, para fazer previsões da volatilidade diária do rendimento das acções transaccionadas pela

² Os modelos da família ARCH são considerados modelos de volatilidade determinística (ver e.g. Duarte e Fonseca, 2003)

Bolsa de Nova Iorque, entre 1968 e 1988, tendo concluído pela tendência de quase todos os modelos de preverem volatilidades superiores que às verificadas.

Ferreira (2001), defende que o processo GARCH apresenta características importantes que o tornam adequado para a modelização de séries temporais financeiras cuja aplicação empírica tem sido extensa e bem sucedida.

Hoje são várias as áreas onde os modelos ARCH têm se mostrado promissores. Engle (2002), no seu artigo “ *New frontier for ARCH models*” lista 5 novas fronteiras para os modelos ARCH, sendo os modelos de volatilidade de alta-frequência e modelos ARCH multivariados os mais promissores.

2.2. Composição do Sistema bancário moçambicano

A indústria bancária em Moçambique é essencialmente constituída por vinte bancos³, maioritariamente participado por capital estrangeiro, com destaque para o capital português e sul-africano. Os produtos financeiros que oferecem, resumem-se em captação de depósitos, concessão de crédito para diversas finalidades, realização de transferências bancárias para atender operações de importação e exportação de bens, serviços entre outros.

O Banco Internacional de Moçambique actual Millennium BIM, o Banco Comercial e de Investimento (BCI) e o Standard Bank são os três maiores bancos a operar no mercado financeiro moçambicano, detendo 85 % dos activos deste sector (EPDSF, 2011).

2.3. Taxas de Juros

De acordo com Sorte (2010), juros é o preço do capital financeiro, ou seja, é o custo pela utilização de recursos alheios.

³ Para além dos três bancos citados existem: Barclays, CapitalBank, MCB, BancABC, FNB Moçambique, Socremo, BMI (Banco Mercantil e de Investimentos), Ecobank, Banco Oportunidade de Moçambique, Banco Terra, Moza Banco, Banco Tchuma, Banco Nacional de Investimentos, UBA Moçambique, Banco Único e Banco Mais.

Taxas de Juros das Operações activas: são taxas aplicadas pelas instituições financeiras, que incluem os custos administrativos, os riscos de reembolso de crédito, assim como o lucro esperado.

Taxas de Juros das operações passivas⁴: são taxas pagas pelos bancos aos seus clientes, pelos montantes em depósito. Designam-se por passivos por se inscreverem nas contas dos passivos dos bancos, porque representam uma responsabilidade.

2.8. Aspectos Teóricos dos Modelos ARCH

Como observado acima, um dos factos mais característicos das variáveis financeiras e dos seus rendimentos é que a sua volatilidade varia com o tempo: períodos de grandes variações nos preços alternam com períodos de pequenas variações (*"volatility clustering"*). Isto tem sido reconhecido na literatura há já muito tempo, mas só recentemente está se dedicando esforços à modelização destas propriedades da volatilidade.

Nesta secção serão abordados os seguintes aspectos referentes à volatilidade:

- Como detectá-la?
- Como modelar esta propriedade de aglomeração?
- Como estimar modelos que a apresentam?
- Como tomar em conta essa característica na previsão?

A análise de volatilidade está intrinsecamente ligada ao estudo de séries temporais financeiras, como a série de taxas de juros. Assim a volatilidade pode definir-se como variância condicional de retornos de preços de activos (Issler, 1999).

A ligação entre volatilidade e séries financeiras advém, em grande medida, do facto de as séries de taxas de juros apresentarem em geral uma importante propriedade que conduz a regressões

⁴ As taxas de juros passivas tendem a ser inferiores às taxas de juros passivas tendem a ser inferiores às taxas de juros activas, e a diferença constitui a principal remuneração da actividade bancária (o chamado *spread bancário*).

espúrias se não for devidamente modelada: a não estacionariedade em nível, isto é, na forma original da série. Ao longo de várias décadas este problema não foi tido em conta nos estudos empíricos baseados em séries de preços, assumindo-se pura e simplesmente que estas eram estacionárias, ainda que o não fossem. Com o advento e a popularização dos modelos ARIMA (Box e Jenkins, 1976) a questão da não estacionariedade passou a ser directamente modelada por recurso às séries em diferenças obtidas a partir das séries originais (Menezes, 2007).

No entanto, apesar de na forma de primeiras diferenças, essas séries, em geral, serem estacionárias, elas frequentemente exibem amplas oscilações, ou *volatilidade*, sugerindo que a variância de séries temporais financeiras varia ao longo do tempo (Gujarati, 2006).

Importa agora definir o conceito de estacionariedade a utilizar e analisar em que circunstâncias uma série é ou não estacionária. Uma série ou sucessão cronológica x_t pode ser vista como uma realização de um processo estocástico univariado, definido em tempo discreto e dado por uma colecção de variáveis aleatórias $\{X_t: t = 1, 2, \dots, T\}$ definidas num dado espaço de probabilidade (Ω, A, P) . Um processo estocástico diz-se estritamente estacionário⁵ se $\forall \{t_1, t_2, \dots, t_T\} \in Z, \forall k \in Z \wedge T = 1, 2, \dots$, se tem:

$$F_{X_{t_1}, \dots, X_{t_T}}(x_1, \dots, x_T) = F_{X_{t_1+k}, \dots, X_{t_T+k}}(x_1, \dots, x_T), \quad (1)$$

Onde F representa a função de distribuição conjunta das variáveis aleatórias $X_t, t = 1, 2, \dots, T$. Por outras palavras, um processo diz-se estritamente estacionário se a sua distribuição de probabilidade conjunta é invariante ao longo do tempo, ou seja, se a probabilidade de $X_t, t = 1, 2, \dots, T$, pertencer a um certo intervalo é a mesma agora ou em qualquer outro momento no tempo (Chan, 2002 citado por Menezes, 2007).

Na prática, a definição acima apresentada equivale a analisar todos os momentos da distribuição de probabilidade conjunta o que é, obviamente, impossível na generalidade dos casos devido ao elevado número de parâmetros a estimar face aos dados disponíveis. Não é, porém, o caso da distribuição normal multivariada que fica completamente caracterizada pelos dois primeiros momentos da distribuição. Neste caso, as propriedades do processo $X_t, t = 1, 2, \dots, T$, são vulgarmente designadas na literatura por “propriedades de segunda ordem”, conduzindo à

⁵ Também se diz estacionariedade em sentido forte.

definição de estacionariedade fraca ou estacionariedade em co-variância. Assim um processo diz-se fracamente estacionário ou estacionário em co-variância se:⁶

$$\begin{aligned} E(X_t) &= \mu & \forall t = 1, \dots, T \\ Cov(X_t, X_{t-k}) &= \gamma_k & \forall t = 1, \dots, T \wedge k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Onde μ é uma constante real e γ_k tem uma estrutura constante para cada k . Fazendo, na equação (2), $k = 0$ obtém-se a variância de X_t , dada por $Var(X_t) = \gamma_0$. O termo γ_k é uma função de k e é conhecido na literatura como a função de autocovariância. Por outro lado, $\rho_k = \rho_{-k} = \gamma_k / \gamma_0$ é habitualmente designado por função de autocorrelação⁷ (do inglês *Autocorrelation Function* ou ACF) que desempenha, a par da média e da variância, um papel crucial no estudo da estacionariedade de um processo estocástico, uma vez que permite capturar a extensão temporal e robustez da memória do processo, ao medir a correlação dos valores actuais do processo com os seus valores passados. Note-se que

$$\rho_k = \frac{Cov(X_t, X_{t-k})}{Var(X_t)} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \quad (3)$$

Onde $\gamma_0 = \sigma^2$ é uma constante, no pressuposto de que o processo X_t , $t = 1, 2, \dots, T$, é homoscedástico. Uma propriedade importante da função de autocorrelação (condição necessária) é que ela é uma forma semi-definida positiva, ou seja:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \rho_{|t_i - t_j|} \geq 0, \quad (4)$$

Para qualquer conjunto de momentos temporais t_1, t_2, \dots, t_n e quaisquer números reais $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ (ver, e.g., Wei, 1990 citado por Menezes, 2007)).

A função de autocorrelação tem a propriedade de se atenuar à medida que k aumenta e apresenta comportamentos semelhantes em muitos casos sendo, por isso, difícil distinguir entre processos de ordem diferente. Para ajudar nessa distinção utiliza-se normalmente a chamada função de

⁶ Note-se que a estacionariedade forte implica a estacionariedade fraca mas o contrário não é, necessariamente, verdade.

⁷ O gráfico da *função de autocorrelação* contra k é conhecido como *Correlograma* (ver e.g. Gujarati, 2006).

autocorrelação parcial (do inglês *Partial Autocorrelation Function* ou PACF) que se obtém a partir do seguinte processo:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \alpha_t. \quad (5)$$

A k -ésima autocorrelação parcial é dada pelo coeficiente ϕ_k do modelo (5). Uma característica importante da função de autocorrelação parcial é que leva em consideração toda a história do processo até ao desfasamento de ordem k correspondente, ou seja, mede a correlação adicional entre X_t e X_{t-k} , uma vez controlados os efeitos de todos os desfasamentos intermédios (Enders, 2004 citado por Menezes, 2007). Um caso particular de um processo fracamente estacionário é o processo ruído branco (do inglês *White Noise* ou WN). Num processo deste tipo a média, a covariância são nulos e a variância é finita: $\mu = \gamma_k = 0$ ($k \neq 0$) e $\gamma_0 = \sigma^2$.⁸(Menezes, 2007).

Sobre esta definição clássica de estacionariedade, convém fazer algumas considerações estatísticas relativas as segundas derivadas do processo que estamos manejando (os modelos ARCH): o facto de que não existe autocorrelação entre observações do ruído branco desfasadas no tempo, não significa necessariamente que não haja dependência entre estas de um modo não linear⁹ (Arce, 1998).

A significância estatística de qualquer $\hat{\rho}_k$ pode ser julgada pelo seu erro-padrão. Bartlett (1949) mostrou que, quando uma série temporal é puramente aleatória, isto é, exhibe ruído aleatório, os coeficientes de autocorrelação amostrais $\hat{\rho}_k$ são aproximadamente:

$$\hat{\rho}_k \sim N\left(0, \frac{1}{n}\right)$$

Isto é, em amostras grandes, os coeficientes de autocorrelação amostral têm distribuição normal com média zero e variância $1/n$. Portanto, de acordo com as propriedades da distribuição normal padrão, o intervalo de confiança de 95% para qualquer ρ_k é:

⁸ Alguns autores definem este processo como ruído branco de média nula.

⁹ Isto é: não podemos formular nenhum tipo de dependência linear entre X_t e X_{t-k} ; mas nada se diz ao respeito de poder existir uma relação de dependência quadrática, exponencial ou de qualquer outro tipo.

$$\hat{\rho}_k \pm 1.96\sqrt{1/n} \quad (6)$$

Se o intervalo incluir o valor zero, não se rejeita a hipótese nula de que o verdadeiro ρ_k é igual a zero, rejeitando-se a hipótese em caso contrário (Gujarati, 2006).

Em vez de testar a significância estatística de qualquer coeficiente de autocorrelação individual, podemos testar a hipótese conjunta de que todos os ρ_k até um certo k são simultaneamente iguais a zero. Isso pode ser feito usando a *estatística Q* desenvolvida por Box e Pierce (1970), definida como:

$$Q = n \sum_{k=1}^m \hat{\rho}_k^2 \quad (7)$$

A estatística Q é usada com frequência para testar se a série temporal é de *ruído branco*. Em amostras grandes, ela apresenta aproximadamente a distribuição *qui-quadrado* com m graus de liberdade. Na prática, se o Q calculado excede o valor crítico de Q na distribuição de qui-quadrado ao nível de significância escolhido, rejeita-se a hipótese nula de que todos os (verdadeiros) ρ_k são iguais a zero. Uma variante da estatística Q de Box e Pierce é a estatística de *LB* de *Ljung e Box* (1976) citado por Gujarati (2006) e definida como:

$$LB = n(n+2) \sum_{k=1}^m \left(\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \right) \sim \chi_m^2 \quad (8)$$

Embora, em amostras grandes, tanto a estatística Q quanto a estatística LB sigam a distribuição qui-quadrado com m graus de liberdade, verificou-se que a estatística LB tem melhores propriedades (mais poderosas no sentido estatístico) para pequenas amostras do que a estatística Q (Gujarati, 2006).

Na teoria de séries temporais (metodologia de Box Jenkins), o processo descrito por (5) é chamado de processo autoregressivo de ordem p ou *AR* (p), o qual explicita X_t como função de seus valores desfasados e um ruído branco α_t .

ϕ_p é o parâmetro que descreve como X_t se relaciona com X_{t-i} , para $i = 1, 2, \dots, p$.

O modelo autoregressivo de ordem 1 ou AR (1), é a versão mais simples dessa classe de processos.

Sua representação algébrica é dada pelo modelo:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \alpha_t \quad (9)$$

Para que o processo seja estacionário é necessário que $|\phi_1| < 1$ (condição de estacionariedade) e que as autocovariâncias (γ_k) sejam independentes.

No caso do modelo AR (1), as autocovariâncias são dadas por:

$$\gamma_k = \phi_1^k \gamma_0 \quad (10)$$

e as autocorrelações ρ_k são dadas pela equação:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \phi_1^k \text{ para } k=0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

A função de autocorrelação decai exponencialmente quando ϕ_1 é positivo; quando ϕ_1 é negativo, a função de autocorrelação também decai exponencialmente, mas apresenta alternância de sinais positivos e negativos (Ribeiro & Werner, 2003)

Um processo passeio aleatório¹⁰ pode ser encarado como um caso particular de um processo autoregressivo de primeira ordem, AR (1), do tipo:

$$X_t = \mu + \rho X_{t-1} + \sigma \varepsilon_t \quad (11)$$

onde $\varepsilon_t \sim \text{iid}(0, 1)$, isto é, é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média zero e variância unitária. Na equação (11) o termo μ é uma constante e o termo σ designa-se por *volatilidade*, ou seja, é o desvio-padrão dos resíduos. O coeficiente de

¹⁰ O termo passeio aleatório é muitas vezes comparado com o caminhar de um bêbado. Saindo de um bar, o bêbado caminha uma distância aleatória ε_t no tempo t e, continuando a andar indefinidamente, acabará se afastando cada vez mais do bar. O mesmo se diz dos preços das acções. O preço da acção hoje é igual ao preço da acção ontem mais um choque aleatório (ver e.g. Gujarati, 2006)

auto regressão ρ determina a estabilidade do processo. Se $\rho = \sigma = 1$ e $\mu = 0$, o processo diz-se passeio aleatório, o qual é não estacionário (Menezes, 2007).

Ainda de acordo com Menezes (2007), o passeio aleatório com deriva¹¹ pertence a uma classe de modelos designados por processos estacionários em diferenças (do inglês *Difference Stationary Processes* ou DSP) pois, diferenciando uma vez a variável original, obtém-se uma série que é estacionária, ou seja:

$$\Delta X_t = \mu + \sigma \varepsilon_t, \quad (12)$$

Onde Δ representa o operador da primeira diferença, tendo os restantes símbolos sido definidos anteriormente. Deste modo, o passeio aleatório também se costuma designar por processo integrado de primeira ordem, sendo que $X_t \sim I(1)$ e $\Delta X_t \sim I(0)$. Diz-se, então, que X_t tem uma tendência estocástica.

Um outro processo não estacionário frequentemente encontrado em séries financeiras pertence à classe dos processos estacionários em tendência (do inglês *Trend Stationary Processes* ou TSP). Neste caso a componente não estacionária do processo pode ser capturada por um termo determinístico do tipo $\mu_0 + \mu_1 t$:

$$X_t = \mu_0 + \mu_1 t + \varepsilon_t, \quad (13)$$

onde μ_0 e μ_1 são parâmetros. Este processo é estacionário em torno de uma tendência linear podendo, no entanto, ser usada qualquer outra função linearizável. Na prática, porém, é costume observar séries que contêm quer tendências determinísticas quer tendências estocásticas, pelo que uma possível estratégia de investigação passa por combinar os dois tipos de tendência acima referidos numa única equação.¹²

¹¹ μ é conhecido como o *parâmetro de deriva*. O termo deriva vem do facto de que podemos escrever a equação (9) se $\rho=1$ como: $X_t - X_{t-1} = \Delta X_t = \mu + \sigma \varepsilon_t$ que mostra que X_t desloca-se para cima ou para baixo dependendo de μ ser positivo ou negativo (ver e.g. Gujarati, 2006).

¹² A identificação e separação destes dois tipos de não estacionariedade é fundamental, uma vez que, cada uma das soluções, na ausência da respectiva característica, além de não resolver o problema da não estacionariedade ainda introduz problemas adicionais não existentes na série original.

Como determinar a ordem de integração de uma série? Existem na literatura inúmeros testes que permitem analisar a questão da ordem de integração de uma série observada x_t .

Os mais usados são geralmente conhecidos como testes de não estacionariedade ou testes de raiz unitária, termo utilizado por analogia com a determinação das raízes da equação característica de uma equação com diferenças. Um dos testes de raiz unitária mais populares entre os investigadores, dado o seu fácil entendimento e realização, é o teste Aumentado de Dickey-Fuller (do inglês *Augmented Dickey-Fuller test* ou ADF). O teste ADF, também conhecido por teste τ (Dickey e Fuller, 1979, 1981), baseia-se na seguinte regressão para a variável x_t :

$$\Delta x_t = \mu_0 + \mu_1 t + (\rho - 1)x_{t-1} + \sum_{k=1}^p \gamma_k \Delta x_{t-k} + \varepsilon_t, \quad (14)$$

sendo a hipótese nula $\rho = 1$, usando para este efeito os valores críticos de MacKinnon (1991, 1996). O número de *lags* ou desfasamentos do modelo é escolhido de modo a que os resíduos sejam $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2_\varepsilon)$. Note-se que μ_0 é uma constante, $\mu_1 t$ captura uma eventual tendência determinística existente nos dados, conforme anteriormente referido e $(\rho - 1)x_{t-1}$ modela a respectiva tendência estocástica. Fazendo $\mu_1 = \gamma_k = 0$, a equação de Dickey-Fuller (14) reduz-se a um processo AR(1) que pode ser visto como uma realização do processo descrito na equação (9) (Menezes, 2007).

O procedimento usual nos testes ADF consiste em testar a hipótese nula $\rho = 1$ (existência de uma raiz unitária) para a variável em níveis (x_t) e em primeiras diferenças (Δx_t), contra a hipótese alternativa $|\rho| < 1$ (estacionariedade).¹³ Este teste pode considerar a existência de uma constante e uma tendência linear (τ_t), de uma constante (τ_μ) ou de nenhuma delas (τ), enquanto componentes determinísticas do processo $(\mu_0 + \mu_1 t)$.¹⁴

Para além do termo que contém o coeficiente de autoregressão, o modelo (12) incorpora ainda a possibilidade de existirem termos autoregressivos da variável dependente Δx_t . Se a hipótese nula

¹³ Na verdade, no caso mais geral, a hipótese nula testa a existência de uma tendência estocástica (não estacionária) contra a hipótese alternativa de existência de uma tendência determinística (estacionária).

¹⁴ Note-se que uma tendência determinística linear em níveis se transforma numa constante em primeiras diferenças; uma constante considerada em níveis é removida em primeiras diferenças.

não for rejeitada em níveis mas o for em primeiras diferenças, então a variável $x_t \sim I(1)$. Se a hipótese nula for apenas rejeitada em segundas diferenças, a variável $x_t \sim I(2)$ e assim sucessivamente (Menezes, 2007).

Dickey e Fuller (1979, 1981) propuseram dois testes para analisar as hipóteses acima descritas. O primeiro baseia-se na distribuição limite da estimativa MQO de ρ . A estatística do teste ADF utilizada neste contexto obedece à forma tradicional dos testes t :

$$t_{\tau} = \frac{\hat{\rho} - 1}{S_{\hat{\rho}-1}}, \quad (15)$$

Mas não é assintoticamente normal nem simétrica. Deste modo, os valores críticos usuais da distribuição t -Student não são válidos neste âmbito. Fuller (1976), Dickey e Fuller (1981) e mais tarde MacKinnon (1991, 1996) fornecem os valores críticos adequados a esta situação.¹⁵ A verdadeira distribuição dos testes de Dickey-Fuller sob a hipótese nula é dada por (para mais detalhes ver Dufrénot e Mignon, 2002):

$$t_{\rho} \underset{(H_0)}{\sim} \frac{W^2(1) - 1}{2\sqrt{\int_0^1 W^2(s) ds}}, \quad (16)$$

Onde $W(\cdot)$ representa um processo de Wiener no intervalo $[0, 1]$. O segundo, baseia-se na distribuição da estatística $T(\rho-1)$, onde T denota a dimensão da amostra.

É interessante notar que $\tau_{\tau} < \tau_{\mu} < \tau$ e que, para a estatística τ , os valores críticos do teste ADF pouco diferem dos valores críticos da distribuição Normal estandardizada. Deste modo, o uso indevido destes últimos (ou, indiferentemente, dos valores críticos da distribuição t -Student) conduziria a uma sobre-rejeição da hipótese nula, aumentando o problema há medida que se introduzem mais componentes determinísticas no modelo. Marques (1998), descreve um conjunto de estratégias aconselháveis para o estudo dos testes de raiz unitária de Dickey-Fuller baseadas nos artigos citados.¹⁶

¹⁵ Actualmente, a realização de testes ADF é *standard* no *software* estatístico especializado.

¹⁶ Note-se, contudo, que os resultados podem ser sensíveis à especificação do teste e que a inclusão de regressores irrelevantes no modelo reduz a potência do teste para rejeitar a hipótese nula $\rho = 1$.

2.9. Modelos ARCH

Em torno da confirmação da ausência de tendência (determinista ou aleatória), há um conjunto de teorias e desenvolvimentos matemáticos centrados na diferenciabilidade da série temporal e na existência ou não de raízes unitárias, a partir do teste de Dickey e Fuller. O estudo da variância constante é um fenómeno menos estendido e, não ter em conta uma possível não constância desta componente, pode supor diversos problemas estatísticos quando se estimam modelos econométricos (problemas ligados à eficiência dos parâmetros estimados e sua forte volatilidade perante o amplo intervalo de confiança em que se movem) (Arce, 1998).

Determinar um padrão de comportamento estatístico para a variância é o objectivo dos modelos ARCH (Arce, 1998).

Segundo Engle (1982), citado por Arce (1998), no seu artigo sobre os modelos ARCH, cita três (3) situações que motivam e justificam a modelização da Heterocedasticidade Condicional Autoregressiva

Estas seriam as seguintes:

- I. A experiência empírica leva-nos a observar períodos de ampla variância dos erros, seguidos de outros de variância mais exígua. Isto é, o valor da dispersão do erro, em relação a sua média, varia no tempo, pelo que é lógico pensar que um modelo que atenda à previsão dos valores dessa variância servirá para realizar estimações mais precisas.
- II. Em segundo lugar, Engle expõe a validade destes modelos para determinar os critérios de estabilidade ou instabilidade de activos financeiros. Os agentes económicos decidem esta questão em função da informação proveniente do passado, em relação ao valor médio de sua rentabilidade e a volatilidade que esta tem tido. Com os modelos ARCH ter-se-ia em conta estes dois condicionantes.
- III. O modelo de regressão ARCH pode ser uma aproximação a um sistema mais complexo em que não houve factores inovacionais com heterocedasticidade condicional. Os modelos estruturais admitem, em muitas ocasiões, uma especificação tipo ARCH infinito que determina com parâmetros variantes, o que faz com que este tipo de modelos seja capaz de

testar a hipótese de estabilidade estrutural que supõe uma das hipóteses de partida e condição necessária para a validade do modelo econométrico tradicional.

Em definitivo, a chave destes modelos está em considerar a informação passada da variável e sua volatilidade observada como factor altamente explicativo de seu comportamento presente e, por extensão lógica, de seu futuro previsível. Estatisticamente, isto implica que se tenha em conta a esperança condicional (conhecida e fixa sobre a informação até o momento imediatamente anterior) do quadrado de uma variável (a expressão de sua variância se a média é nula) (Arce, 1998).

A lógica da dependência entre o ritmo de evolução em períodos precedentes e o valor da variação do período actual leva-nos necessariamente a falar de probabilidades condicionadas em termos de estatística teórica ou inferencial. É a partir dos momentos de primeira e segunda ordem, em termos marginais (não condicionais) ou condicionais que se podem descobrir relações de causalidade entre séries temporais que respondem como um processo estocástico estacionário (Arce, 1998).

Assim pode existir um processo definido a partir de um ruído branco, em que a média e a variância incondicionais sejam constantes; e ao mesmo tempo, a média condicional pode ser constante e a variância condicional não constante (Arce, 1998).

2.8.1 Especificação de um modelo ARCH

Uma variável observada $\{Y_t\}_{t=0}^{\infty}$ pode escrever-se como a soma de dois componentes: uma parte previsível e outra que não o é:

$$Y_t = E[Y_t | \Omega_{t-1}] + \varepsilon_t \quad (17)$$

Onde Ω_{t-1} é toda a informação relevante até o momento $(t-1)$. Os modelos ARIMA, concentram-se em especificar a parte previsível $E[Y_t | \Omega_{t-1}]$ de Y_t , a qual é a sua média condicional, supondo que o choque (erro ou resíduo) ε_t é um ruído branco. Em particular, isto implica que esse ruído é por sua vez condicionalmente e incondicionalmente homoscedástico:

$$E[\varepsilon_t^2] = E[\varepsilon_t^2/\Omega_{t-1}] = \sigma^2 \forall t \quad (18)$$

”relaxando” esse pressuposto e permitindo que a variância condicional de ε_t varie com o tempo, então:

$E[\varepsilon_t^2/\Omega_{t-1}] = \sigma_t^2$ para alguma função não negativa $\sigma_t^2 \equiv \sigma_t^2(\Omega_{t-1})$, o que é mesmo que dizer que o erro é condicionalmente heterocedástico.

Uma maneira cómoda de expressar isto de forma geral é:

$$\varepsilon_t = z_t \sqrt{\sigma_t^2} \text{ com } z_t \sim iid(0, 1) \quad (19)$$

Para maior comodidade, suponhar-se-á que $z_t \sim Niid(0, 1)$, mas se poderia outras distribuições (por exemplo a distribuição *t-Student*) (Franses e van Dijk, 2000).

Consequências:

1. $\varepsilon_t/\Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$
2. $Var[\varepsilon_t] = \sigma^2$: a variância incondicional continua sendo uma constante. Com efeito, pela lei de esperanças iteradas:

$$E[\varepsilon_t^2] = E[E[\varepsilon_t^2/\Omega_{t-1}]] = E[\sigma_t^2] \text{ suposta constante.}$$

Falta indicar como a variância condicional evolui ao longo do tempo. Existem representações lineares e não lineares para σ_t^2 (Issler, 1999).

Engle (1982) – modelo ARCH:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2; \text{ modelo ARCH (1)} \quad (20)$$

A variância condicional σ_t^2 deve ser não negativa, para isso os parâmetros desta equação devem satisfazer $\omega > 0$, $\alpha_1 \geq 0$. Se $\alpha_1 = 0$, a variância condicional é constante (o erro é condicionalmente homoscedástico) (Franses e van Dijk, 2000).

De acordo com este pressuposto, a variância condicional é uma função crescente do quadrado do erro (ou resíduo) ocorrido num período anterior. Portanto, se esse erro é grande, espera-se que o

erro seguinte seja também grande. Assim, erros grandes (pequenos) tendem a estar seguidos por erros grandes (pequenos): *aglomeração de volatilidade* (Franses e van Dijk, 2000).

Nota que o ARCH (1) pode se escrever como um AR (1) em ε_t . Para o efeito, subtrai-se σ_t^2 e adiciona-se ε_t^2 em ambos os membros da equação (20):

$$\varepsilon_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_t^2 + v_t \text{ com } v_t \equiv \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2 = \sigma_t^2 (z_t^2 - 1) \quad (21)$$

Tem-se que $E[v_t | \Omega_{t-1}] = 0$. Este AR (1) é fracamente estacionário se $\alpha_1 < 1$. Nesse caso, a média incondicional de ε_t^2 , que é a variância incondicional de ε_t , é igual:

$$E[\varepsilon_t^2] = \frac{\omega}{1 - \alpha_1} = \sigma^2 \quad (22)$$

Assim, podemos reescrever o AR(1) da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t^2 &= \frac{\omega}{1 - \alpha_1} (1 - \alpha_1) + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + v_t \\ &= (1 - \alpha_1) \sigma^2 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + v_t \\ &= \sigma^2 + \alpha_1 (\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma^2) + v_t \end{aligned} \quad (23)$$

o qual indica que se ε_{t-1}^2 for maior (ou menor) que seu valor esperado (incondicional) σ^2 , espera-se que ε_t^2 seja também maior (menor) que σ^2 , o que permite reconhecer a *aglomeração de volatilidade* (Franses e van Dijk, 2000).

Outra característica importante do ARCH (1) é o facto de capturar o excesso de curtose dos dados financeiros. Desta forma, a curtose de ε_t sempre excede a de z_t :

$$E[\varepsilon_t^4] = E[z_t^4] E[\sigma_t^4] \geq E[z_t^4] E[\sigma_t^2]^2 = E[z_t^4] E[\varepsilon_t^2]^2 \quad (24)$$

pela desigualdade de Jensen. Engle (1982) demonstra que em um AR (1) com z_t normal, a curtose de ε_t é igual a:

$$K_{\varepsilon} = \frac{E[\varepsilon_t^4]}{E[\varepsilon_t^2]^2} = \frac{3(1-\alpha_1^2)}{1-3\alpha_1^2} \quad (25)$$

que é finito se $3\alpha_1^2 < 1$ e é sempre maior que 3. Por outro lado, a autocorrelação de ordem k de ε_t^2 de um ARCH (1) é igual a α_1^k (Franses e van Dijk, 2000).

Isso implica que um ARCH (1) não pode representar adequadamente a larga persistência observada nas autocorrelações estimadas dos choques ao quadrado das séries financeiras. Uma forma de resolver isto consiste em generalizar o ARCH introduzindo mais termos desfasados na equação:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 ; \text{ modelo ARCH (q)} \quad (26)$$

Para garantir a não negatividade da variância condicional, requiere-se que $\omega > 0$

$\alpha_i \geq 0$; $i=1,2,\dots,q$. Também pode-se expressar (26) como um AR (q) para ε_t^2

$$\varepsilon_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 \quad (27)$$

o que implica que a variância incondicional é: $\sigma^2 = \frac{\omega}{1-\alpha_1-\alpha_2-\dots-\alpha_q}$ e um modelo ARCH

(q) é fracamente estacionário se todas as raízes do polinómio $P(L) = 1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_q L^q$ estão fora do círculo unitário (Franses e van Dijk, 2000).

No entanto, o valor de q deve ser muito elevado, o qual pode apresentar importantes problemas de estimação. Uma solução consiste em impor restrições sobre os coeficientes α_i ; outra solução mais corrente consiste em adicionar variâncias condicionais desfasadas no modelo (Bollerslev, 1986).

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 ; \text{ modelo GARCH (1,1)} \quad (28)$$

com a condição de não negatividade (da variância condicional) sendo cumprida para $\omega > 0$, $\alpha_1 > 0$, $\beta_1 \geq 0$ e é necessário que $\alpha_1 > 0$ para que β_1 seja estimado. Por substituição sucessiva, pode-se obter de (28) a seguinte expressão:

$$\sigma_t^2 = \sum_{i=1}^{\infty} \beta_1^i \omega + \alpha_1 \sum_{i=1}^{\infty} \beta_1^{i-1} \varepsilon_{t-i}^2 \quad (29)$$

o qual indica que se trata de um ARCH(∞) com restrições sobre os parâmetros.

Doutra forma, procedendo como para passar de (2) a (7), obtém-se:

$$\varepsilon_t^2 = \omega + (\alpha_1 + \beta_1) \varepsilon_{t-1}^2 + v_t - \beta_1 v_{t-1} \quad (30)$$

onde, $v_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$ o que indica que este modelo é um ARMA(1,1) para ε_t^2 . Portanto, é estacionário de segunda ordem sse $\alpha_1 + \beta_1 < 1$.

Bollerslev (1986) obteve a expressão das autocorrelações de ε_t^2

$$\rho_1 = \alpha_1 + \frac{\alpha_1^2 \beta_1}{1 - \alpha_1 \beta_1 - \beta_1^2} \quad (31)$$

$$\rho_k = (\alpha_1 + \beta_1)^{k-1} \rho_1 \quad k=2, 3... \quad (32)$$

de tal forma que as autocorrelações decaem exponencialmente, mas ao ritmo de $(\alpha_1 + \beta_1)$, no entanto a queda será lenta se $(\alpha_1 + \beta_1)$ é próximo de 1.

Outra generalização é o GARCH (p,q):

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_{(q)}(L) \varepsilon_t^2 + \beta_{(p)}(L) \sigma_t^2 \quad (33)$$

Com $\alpha_{(q)}(L) = \alpha_1 L + \dots + \alpha_q L^q$ e $\beta_{(p)} = \beta_1 L + \dots + \beta_p L^p$.

Se $1 - \beta(L)$ têm todas as raízes fora do círculo unitário, pode-se ver (30) como um ARCH(∞).

Também se escrever (30) como um ARMA (p, q) para ε_t^2

$$\varepsilon_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^m (\alpha_i + \beta_i) \varepsilon_{t-i}^2 - \sum_{i=1}^p \beta_i v_{t-i} + v_t \quad (34)$$

com $m = \max(p, q)$, donde se pode concluir que o GARCH (p,q) é estacionário de segunda ordem se $1 - \alpha(L) - \beta(L) = 0$ têm as raízes fora do círculo unitário (Franses e van Dijk, 2000).

Não obstante o interesse teórico deste modelo, o GARCH (1,1) é o mais utilizado e é o modelo que mais extensões não lineares têm produzido. Uma das extensões mais utilizadas do processo GARCH é o modelo GARCH Exponencial - EGARCH.

Como observa Nelson (1991) citado por Arce (1998), o qual critica 2 elementos dos processos GARCH:

- as restrições de não negatividade dos parâmetros são difíceis de observar em muitas ocasiões.
- os modelos GARCH não permitem estimar convenientemente o efeito de *leverage*¹⁷ (*alavancagem*) financeiro que aparece nas séries financeiras.

Assim, Nelson (1991), propõe o seguinte modelo EGARCH (p,q):

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= \sigma_t \cdot z_t \text{ com } z_t \sim \text{iid.}(0, 1) \\ g(z_t) &= \theta_{z_t} + \gamma [z_t | - E(z_t)] \\ \ln(\sigma_t^2) &= \omega + \frac{(1 + \psi_1 L + \dots + \psi_q L^q)}{(1 + \phi_1 L + \dots + \phi_p L^p)} \cdot g(z_{t-1}) \\ &= \omega + \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i g(z_{t-i}) \end{aligned} \quad (35)$$

O processo é estacionário em covariância sse $\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i^2 < \infty$. (ver Isleer, 1999)

¹⁷ O impacto dos choques na volatilidade é simétrico para esses modelos. Assim, choques positivos e negativos têm exactamente o mesmo efeito na variância condicional. Como muitas aplicações dos modelos GARCH é na área financeira e para as séries financeiras foi observado que efeitos positivos e negativos na volatilidade não é idêntica (ver e.g. Black, 1976) é desejável que se concebam modelos que permitem estimar e testar esse efeito assimétrico dos choques na volatilidade (Issler, 1999)

Neste caso, a condição necessária e suficiente para que $\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i^2 < \infty$ é que todas as raízes de $(1 - \phi_1 z - \dots - \phi_p z^p) = 0$ caiam fora do círculo unitário.

A segunda linha em (35), descreve efeitos assimétricos dos choques na (log da) variância condicional. Quando $z_t > 0$, o declive de $g(z_t)$ é $\theta + \gamma$, mas para $z_t < 0$, o declive de $g(z_t)$ é $\theta - \gamma$. A terceira linha em (35) descreve um processo ARMA para $\ln(\sigma_t^2)$, proposto por Nelson (1991) como uma representação parcimoniosa de um infinito processo MA para $\ln(\sigma_t^2)$.

Para um processo EGARCH (1,1), a equação (do log) da variância é:

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega' + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}; \text{ modelo EGARCH (1,1)} \quad (36)$$

onde $\omega' = (1 - \phi_1)\omega - \gamma E|z_{t-1}|$ e $\beta = \phi_1$

Em (36), não há efeitos assimétricos desde que $\gamma = 0$, o que constitui um procedimento para testar a presença de efeitos assimétricos. Se $\gamma \neq 0$, então existe um impacto diferenciado dos choques na variância condicional. Se $\gamma < 0$, existe o chamado efeito de *leverage*, onde choques positivos têm um impacto menor na variância condicional do que choques negativos (Isleer, 1999).

III. MATERIAL E MÉTODOS

Neste capítulo é apresentado todo material necessário para a realização do presente estudo. Faz-se, mais uma vez, referencia aos modelos ARCH, como principal método de análise de dados, ilustrando-se as etapas para sua aplicação econométrica.

3.1. Material

Para a realização deste trabalho e tendo em conta os objectivos descritos no capítulo, utilizou-se a base de dados secundária referente a série temporal de taxas de juros sobre os activos dos bancos comerciais em no mercado moçambicano.

A série refere-se a 163 observações mensais referentes ao período de Janeiro de 2001 a Julho de 2014.

A base de dados usada foi obtida no Banco de Moçambique (BM) através do seu sítio na internet (www.bm.mz), visto que este é a entidade responsável pelo cálculo e divulgação desses índices.

Os dados foram processados com auxilio dos softwares Eviews versão 4.1 e SPSS versão 20.0. todas as hipóteses dos testes estatísticos dos estudos foram validadas a um nível de significância de 5%.

3.2. Métodos

3.2.1. Modelos ARCH

Um modelo ARCH pode ser representado da seguinte forma:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (3.1)$$

Onde:

α_0 - valor inicial em torno do qual se produzirão certas variações;

α_i - choque sobre a volatilidade que se produz no período anterior (ARCH);

Para esse modelo ser bem definido, a variância condicional deve ser positiva, as restrições paramétricas devem satisfazer $\alpha_0 \geq 0; \alpha_i \geq 0, i = 1, 2 \dots p$ e $0 < \sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$ ¹⁸

Os modelos ARCH (1) é a versão mais simples e mais utilizada em séries financeiras. Neste modelo a variância condicional depende unicamente do período imediatamente anterior como a seguir se ilustra:

$$E[\varepsilon_t^2] = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + v_t \quad (3.2)$$

onde

v_t - resíduos do ruído branco ou I (0)

$$\sigma_v^2 = 1$$

v_t e ε_t são independentes e $\alpha_0 > 0; 0 < \alpha_1 < 1$ são constantes.

3.2.2. Modelos GARCH

A volatilidade pode ser estimada por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (3.3)$$

Onde:

α_0 - valor inicial em torno do qual se produzirão certas variações.

α_i - Choque sobre a volatilidade que se produz no período anterior (termo ARCH).

¹⁸ Estas são restrições de estacionariedade fraca.

β_j - Variância do último período histórico conhecido (termo GARCH).

As restrições são dadas por:

$$\alpha_i \geq 0, i = 1, 2 \dots q; \beta_j \geq 0, j = 1, 2 \dots p \text{ e } 0 < \sum_{i=1}^q \alpha + \sum_{j=1}^p \beta < 1$$

No cômputo geral, pode-se dizer que σ_t^2 segue um modelo GARCH (p, q), onde q representa a ordem da componente ARCH e p a ordem da componente GARCH.

O modelo GARCH (1, 1) é a versão mais simples e mais utilizada em series financeiras, supondo-se que os erros são normalmente distribuídos, a variância é dada por:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (3.4)$$

Onde:

ω : valor inicial em torno do qual se produzirão certas variações. Também pode entender-se como o valor médio a longo prazo sobre o que se gera na expectativa imediata a ser modificada pelo choque na volatilidade do último período conhecido.

$\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$: choque sobre a volatilidade que se produz no período anterior (termo ARCH).

$\beta_1 \sigma_{t-1}^2$: previsão da variância no último período histórico conhecido (termo GARCH).

3.2.3 Modelos EGARCH

Nelson (1991), propõe o seguinte modelo EGARCH (p,q):

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= \sigma_t \cdot z_t \text{ com } z_t \sim \text{iid.}(0, 1) \\ g(z_t) &= \theta_{z_t} + \gamma [|z_t| - E(|z_t|)] \\ \ln(\sigma_t^2) &= \omega + \frac{(1 + \psi_1 L + \dots + \psi_q L^q)}{(1 + \phi_1 L + \dots + \phi_p L^p)} \cdot g(z_{t-1}) \\ &= \omega + \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i g(z_{t-i}) \end{aligned} \quad (3.5)$$

O processo é estacionário em covariância se $\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i^2 < \infty$. (ver Isleer, 1999)

Neste caso, a condição necessária e suficiente para que $\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i^2 < \infty$ é que todas as raízes de $(1 - \phi_1 z - \dots - \phi_p z^p) = 0$ caiam fora do círculo unitário.

A segunda linha em (35), descreve efeitos assimétricos dos choques na (log da) variância condicional. Quando $z_t > 0$, o declive de $g(z_t)$ é $\theta + \gamma$, mas para $z_t < 0$, o declive de $g(z_t)$ é $\theta - \gamma$. A terceira linha em (3) descreve um processo ARMA para $\ln(\sigma_t^2)$, proposto por Nelson (1991) como uma representação parcimoniosa de um infinito processo MA para $\ln(\sigma_t^2)$.

Para um processo EGARCH (1,1), a equação (do log) da variância é:

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega' + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}; \text{ modelo EGARCH (1,1)} \quad (3.6)$$

onde $\omega' = (1 - \phi_1)\omega - \gamma E|z_{t-1}|$ e $\beta = \phi_1$

Em (4), não há efeitos assimétricos desde que $\gamma = 0$, o que constitui um procedimento para testar a presença de efeitos assimétricos. Se $\gamma \neq 0$, então existe um impacto diferenciado dos choques na variância condicional. Se $\gamma < 0$, existe o chamado efeito de *leverage*, onde choques positivos têm um impacto menor na variância condicional do que choques negativos (Isleer, 1999).

3.2.3. Estimação dos Modelos ARCH

3.2.3.1 Identificação

O primeiro passo para uma modelação ARCH consiste em ajustar um modelo ARMA (p, q), por forma a remover a correlação serial entre as observações. O passo seguinte é a verificação da

presença de heterocedasticidade condicional, utilizando o teste de multiplicador de Lagrange (LM).

A identificação dos parâmetros p e q , em geral, é feita usando a função de autocorrelação (FAC) e a função de autocorrelação parcial (FACP), pois a análise destas funções indica a existência de uma dependência linear entre as observações e, portanto, fornecem indícios de qual modelo é mais apropriado.

Teste LM (Multiplicador de Lagrange) de efeito ARCH.

Para testar a presença do efeito ARCH, Engle propôs o teste Multiplicador de Lagrange (LM). Engle (1982) mostra que a estatística LM pode ser calculada a partir de $TR^2 \sim \chi_q^2$, onde T representa o número de observações e R^2 é o coeficiente de correlação múltipla da regressão: $\varepsilon_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2$. As hipóteses para o teste LM são as seguintes:

$$\begin{cases} H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0 \\ H_1 : \exists \alpha_j \neq 0, \text{ com } j = 1, \dots, q \end{cases}$$

de maneira que H_0 é rejeitada se $TR^2 > \chi_{q,\alpha}^2$

Esta forma de proceder também serve para testar que os resíduos (erros) seguem um processo GARCH (p, q) (Franses e van Dijk, 2000).

Franses e van Dijk (2000) referem que Lee (1991) derivou a estatística LM modificada para $H_0 : \alpha_i = \beta_j = 0 (i = 1, 2, \dots, q; j = 1, 2, \dots, p)$ contra H_1 : Existe pelo menos um $\alpha_i \neq 0$ e um $\beta_j \neq 0$. Lee (1991), mostrou que este é um teste equivalente a testar a não existência de um ARCH (q). Desta forma, na hipótese nula de homoscedasticidade, o efeito GARCH e o efeito ARCH, são alternativas equivalentes.

3.2.3.2 Estimação

A estimação é feita pelo método da máxima verossimilhança, sendo necessário recorrer a métodos de optimização numérica dado que as funções a otimizar são não lineares nos parâmetros.

Fazendo $\varepsilon_t = z_t \sqrt{\sigma_t}$ com o pressuposto de que $z_t \sim N(0,1)$. Portanto, $\varepsilon_t / \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$

pelo que a função de densidade condicionada dos erros é igual a:

$$f_t(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_t^2} z_t^2} \quad (3.7)$$

onde θ é o parâmetro da função de densidade condicional.

Logaritmizando:

$$l_t(\theta) = -\frac{1}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln \sigma_t^2 - \frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2} \quad (3.8)$$

$$= -\frac{1}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \ln(\omega + \alpha_1(Y_t - \varphi_1 Y_{t-1})^2 + \beta_1 \sigma_t^2) - \frac{(Y_t - \varphi_1 Y_{t-1})^2}{2(\omega + \alpha_1(Y_t - \varphi_1 Y_{t-1})^2 + \beta_1 \sigma_t^2)} \quad (3.9)$$

a função logarítmica de verossimilhança condicional da amostra é simplesmente a soma destas funções de densidade condicional sobre t de 1 a N :

$$L(Y_1, \dots, Y_T; \theta) = \sum_{t=1}^N l_t(\theta) \quad (3.10)$$

$$= \sum_{t=1}^N -\frac{1}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \ln(\omega + \alpha_1(Y_t - \varphi_1 Y_{t-1})^2 + \beta_1 \sigma_t^2) - \frac{(Y_t - \varphi_1 Y_{t-1})^2}{2(\omega + \alpha_1(Y_t - \varphi_1 Y_{t-1})^2 + \beta_1 \sigma_t^2)}$$

As condições de primeira ordem são:

$$\sum_{t=1}^N \frac{\partial l_t(\theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (3.11)$$

que são não lineares nos parâmetros, pelo que se deve recorrer a algoritmos de optimização numérica, similares aos que se usam para estimar um ARMA(p,q). O procedimento oferece estimações consistentes e assintoticamente normal, o que permite levar a cabo testes - assintóticos - da maneira habitual: para a matriz de variâncias-covariâncias, usa-se um estimador (existem vários tipos) da inversa da matriz de informação, a qual se deriva da matriz das segundas derivadas da função de verossimilhança respeitante aos parâmetros (Franses e van Dijk, 2000).

3.3.3.3. Diagnóstico

- Testando as propriedades dos erros padronizados;
- Testando se há falta de um GARCH de ordem mais alto;
- Teste de má especificação dos modelos GARCH lineares;
- Teste de estabilidade dos parâmetros;

3.2.3.4. Previsão

A presença de volatilidade variável com o tempo tem importantes consequências para a previsão fora da amostra. A maior parte destes efeitos podem-se entender intuitivamente:

- A previsão óptima de horizonte h de Y_{t+h} vêm dada pela média condicional, independentemente se os erros apresentam ou não heterocedasticidade condicional.

- a variância condicional do erro de previsão de horizonte h $\varepsilon_{t+h|t} = Y_{t+h} - \hat{Y}_{t+h|t}$ varia com o tempo, que é uma das motivações de propor os modelos ARCH para modelar a variância condicional: $\varepsilon_{t+h|t}$ é uma combinação linear dos erros que ocorrem entre a origem da previsão e o horizonte de previsão $\varepsilon_{t+1}, \dots, \varepsilon_{t+h}$; dado que a variância condicional desses erros varia com o tempo, a variância condicional de qualquer função desses erros deve variar com o tempo (Franses e van Dijk, 2000).

A seguir examina-se estes aspectos para o caso de um AR (1) para a média e um GARCH (1,1) para a variância.

Previsão da média

Baillie e Bollerslev (1992) demonstram que o preditor óptimo de Y_{t+h} é a esperança condicional em t :

$$\hat{Y}_{t+h|t} = E[Y_{t+h}|\Omega_t] \quad (3.12)$$

Isto é, para o AR (1):

$$\hat{Y}_{t-h|t} = \varphi_1^h Y_t \quad (3.13)$$

pelo que o erro de previsão tampouco varia:

$$\varepsilon_{t+h|t} = Y_{t+h} - \hat{Y}_{t+h|t} = \sum_{i=1}^h \varphi_1^{h-i} \varepsilon_{t+i} \quad (3.14)$$

O erro quadrático condicional do erro de previsão é:

$$E[\varepsilon_{t+h|t}^2 | \Omega_t] = E\left[\left(\sum_{i=1}^h \varphi_1^{h-i} \varepsilon_{t+i}\right)^2 | \Omega_t\right] = \sum_{i=1}^h \varphi_1^{2(h-i)} E[\varepsilon_{t+i}^2 | \Omega_t] = \sum_{i=1}^h \varphi_1^{2(h-i)} E[\sigma_{t+i}^2 | \Omega_t] \quad (3.15)$$

Em caso de erros homoscedásticos, o erro quadrático condicional é constante e igual ao erro incondicional. Em contrapartida, se os erros são heteroscedásticos, este erro quadrático varia com o tempo. Para falar da relação entre o erro quadrático condicional e o incondicional, nota que (3.12) pode-se escrever como:

$$E[\varepsilon_{t+h|t}^2 | \Omega_t] = \sum_{i=1}^h \varphi_1^{2(h-i)} \sigma^2 + \sum_{i=1}^h \varphi_1^{2(h-i)} [E[\sigma_{t+i}^2 | \Omega_t] - \sigma^2] \quad (3.16)$$

onde o primeiro termo é o erro incondicional e o segundo termo pode ser tanto positivo como negativo, dependendo da esperança condicional da volatilidade futura.

Nota que para o caso homoscedástico, o erro quadrático converge para a variância incondicional do modelo quando $h \rightarrow \infty$, e essa convergência é monótona (o erro quadrático da previsão de horizonte h é sempre superior ao erro quadrático da previsão de horizonte $(h-1)$). No caso heteroscedástico, essa convergência também ocorre mas não é monótona; intuitivamente, em períodos de grande incerteza, caracterizados por valores elevados da variância condicional σ_t^2 , é extremamente difícil prever a média condicional da série com precisão, e em tais casos, a imprecisão da previsão pode ser maior em horizontes curtos que em horizontes mais largos.

Pode-se construir intervalos de confiança usando o erro quadrático condicional, mas a distribuição condicional de $\varepsilon_{t+h|t}$ não é Normal, pelo que a maneira habitual de calcular os intervalos de confiança não é muito fiável. Granger, White e Kamstra (1989) e Taylor (1999), citados por Franses e van Dijk (2000) construíram uma alternativa baseada em estimadores de

quantís. Outra dificuldade está em que se necessita prever as variâncias condicionais futuras σ_{t+i}^2 em t .

Previsão da variância condicional

No caso do GARCH (1,1), a esperança condicional de σ_{t+s}^2 – ou a previsão óptima de horizonte s da variância condicional pode-se calcular recursivamente a partir de:

$$\hat{\sigma}_{t+h|t}^2 = \omega + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t+s-1|t}^2 + \beta_1 \hat{\sigma}_{t+s-1|t}^2 \quad (3.17)$$

Com $\hat{\varepsilon}_{t+i|t}^2 = \varepsilon_{t+i|t}^2$ e $\hat{\sigma}_{t+i|t}^2 = \sigma_{t+i|t}^2$ para $i \leq 0$ e $\hat{\varepsilon}_{t+i|t}^2 = \hat{\sigma}_{t+i|t}^2$ por definição. Por substituição sucessiva, obtém-se:

$$\hat{\sigma}_{t+s|t}^2 = \omega + \sum_{i=0}^{s-1} (\alpha_1 + \beta_1)^i + (\alpha_1 + \beta_1)^{s-1} \sigma_{t+1}^2 \quad (3.18)$$

e observa que σ_{t+1}^2 está contido dentro de Ω_t já que se obtêm a partir das observações Y_t, Y_{t-1}, \dots (quando se conhecem os parâmetros).

Pode-se calcular a incerteza associada a previsão da variância condicional, centrando-se no erro $v_{t+s|t} = \sigma_{t+s}^2 - \hat{\sigma}_{t+s|t}^2$. Usando $\hat{\varepsilon}_{t+i|t}^2 = \hat{\sigma}_{t+i|t}^2$ para $i > 0$ e a definição $v_t = \varepsilon_t^2 + \sigma_t^2$, obtém-se:

$$v_{t+s|t} = \sigma_{t+s}^2 - \hat{\sigma}_{t+s|t}^2 \quad (3.19)$$

$$= \alpha_1 (\varepsilon_{t+s-1}^2 - \hat{\varepsilon}_{t+s-1|t}^2) + \beta_1 (\sigma_{t+s-1}^2 - \hat{\sigma}_{t+s-1|t}^2) \quad (3.20)$$

$$= \alpha_1 (\varepsilon_{t+s-1}^2 - \sigma_{t+s-1}^2 + \sigma_{t+s-1}^2 - \hat{\varepsilon}_{t+s-1|t}^2) + \beta_1 (\sigma_{t+s-1}^2 - \hat{\sigma}_{t+s-1|t}^2) \quad (3.21)$$

$$= \alpha_1 v_{t+s-1} + (\alpha_1 + \beta_1) v_{t+s-1|t} \quad (3.22)$$

Por substituição sucessiva, obtém-se

$$v_{t+s|t} = \alpha_1 v_{t+s-1} + (\alpha_1 + \beta_1) \alpha_1 v_{t+s-2} + \dots + (\alpha_1 + \beta_1)^{s-1} \alpha_1 v_{t+1} \quad (3.23)$$

$$= \alpha_1 \sum_{i=1}^{s-1} (\alpha_1 + \beta_1)^{i-1} v_{t+s-i} \quad (3.24)$$

Tem-se que $E[v_t | \Omega_{t-1}] = 0$, pelo que v_t não apresenta autocorrelação; assim, obtém-se:

$$E[v_{t+s|t}^2|\Omega_t] = (K - 1)\alpha_1^2 \sum_{i=1}^{s-1} (\alpha_1 + \beta_1)^{2(i-1)} E[\sigma_{t+s-i}^4|\Omega_t] \quad (3.25)$$

onde K é a curtose de z_t . Baillie e Bollerslev (1992) obtiveram expressões para o valor esperado de σ_t^4 , mas mesmo assim é muito difícil usar esta expressão para construir intervalos de confiança para a previsão da volatilidade, porque a distribuição condicional de σ_t^2 é altamente não normal.

O desempenho na previsão, para os modelos ARCH, pode ser avaliado a partir das seguintes estatísticas ou medidas (Issler, 1999):

$$\text{Raiz do erro quadrático médio (REQM)} = \sqrt{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} (\hat{\sigma}_t^2 - \sigma_t^2)^2} \quad (3.26)$$

onde h é o número de períodos de previsão, S é o tamanho da amostra, $\hat{\sigma}^2$ é a variância prevista e σ^2 a variância actual.

$$\text{Erro absoluto médio (EAM)} = \frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} |\hat{\sigma}_t^2 - \sigma_t^2| \quad (3.27)$$

$$\text{Erro absoluto médio percentual (EAMP)} = 100 \times \frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} \left| \frac{\hat{\sigma}_t^2 - \sigma_t^2}{\sigma_t^2} \right| \quad (3.28)$$

$$\text{Coeficiente de desigualdade de Theil (CDT)} = \frac{REQM}{\sqrt{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} \hat{\sigma}_t^2 + \frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} \sigma_t^2}} \quad (3.29)$$

As duas primeiras estatísticas dependem da escala de medida da variável dependente. São usadas como medidas relativas para comparar a qualidade da previsão (ou ajuste) para a mesma série em diferentes modelos; quanto menor o erro, melhor a habilidade preditiva do modelo.

As duas últimas são invariantes em relação a escala de medida da variável dependente. O coeficiente de desigualdade de Theil sempre situa-se entre 0 e 1, onde 0 indica um perfeito ajuste.

3.2.4 Ergodicidade

Ergodicidade é uma propriedade referente a relação entre média temporal de um processo estocástico calculada a partir de uma realização temporal (série temporal). Seja $\{Y_t(w), w \in \Omega, t \in T\}$ um processo estocástico fracamente estacionário, tal que $E[y_t(w)] = \mu < \infty$ e $E\{[y_t(w) - \mu]^2\} = \gamma_0 < \infty \forall t \in T$ e $\bar{y}_T = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t$ (média amostral). Se o processo $\{y_t\}$ for ergódico para a média, então:

$\bar{y}_T \xrightarrow{P} \mu, T \rightarrow \infty$. O Mesmo acontece para a variância, pois assim como um processo é estacionária em média e variância, o mesmo acontece com a ergodicidade.

Segundo Barros (2003), um processo estocástico é considerado ergódico se apenas uma realização é suficiente para obter todas as suas características. Logo, todo processo ergódico é também estacionário, já que apenas uma realização de um processo não estacionário não poderá conter todas as informações necessárias para a especificação do processo. Segundo Hamilton (1994), em maioria dos casos a ergodicidade e Estacionariedade têm os mesmos requisitos.¹⁹

¹⁹ Para mais detalhes de demonstrações matemáticas de ergodicidade consulte Hamilton (1994, pag 46)

IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentadas as etapas de desenvolvimento do modelo para a previsão da volatilidade de taxas de juros em operações activas. Depois de se descrever a série utilizada para estudo, primeiro se estima um modelo auto-regressivo utilizando a metodologia de Box- Jinkins; de seguida testam-se os resíduos do modelo referido se são ou não correlacionados; depois estima-se o modelo ARCH apropriado e repetem-se os testes aos resíduos até se obter um que elimina completamente a auto-correlação serial.

4.1. Análise exploratória dos dados

A representação gráfica dos dados é em geral o primeiro passo na análise de qualquer série temporal. A Figuras 4.1 mostra os gráficos de taxas de juro activa utilizada neste estudo.

Pela observação de evolução da série de taxas de juros (Figura 4.1), constata-se a existência de dois sub-períodos. No primeiro período a série apresentou uma tendência decrescente (de 2001 até 2004), no segundo sub-período (após 2004), onde a série apresentou um período de estabilização em torno da média, porém, com uma variância inconstante. Considerando que as mudanças estruturais da série podem ser explicadas pela alternância da Política Monetária²⁰ no controlo da inflação.

No cômputo geral, a série de taxas de juros activas apresentou uma tendência decrescente o que nos sugere que a série possui uma raiz unitária, isto é, possui uma média e variância mudando ao longo do tempo.

As estatísticas descritivas da série de taxas de juros (tabela 2 anexos) mostram que a taxa média é de 24.11055, durante o período em análise, as taxas máxima e mínima foram 37.09 e 18.57, respectivamente, os dados apresentaram uma dispersão em 4.85.

²⁰ Diz respeito à actuação do Banco Central sobre a quantidade da moeda, do crédito e do nível de taxas de juros, com o objectivo de manter a liquidez do sistema económico. Ver Vasconcelhos (2004).

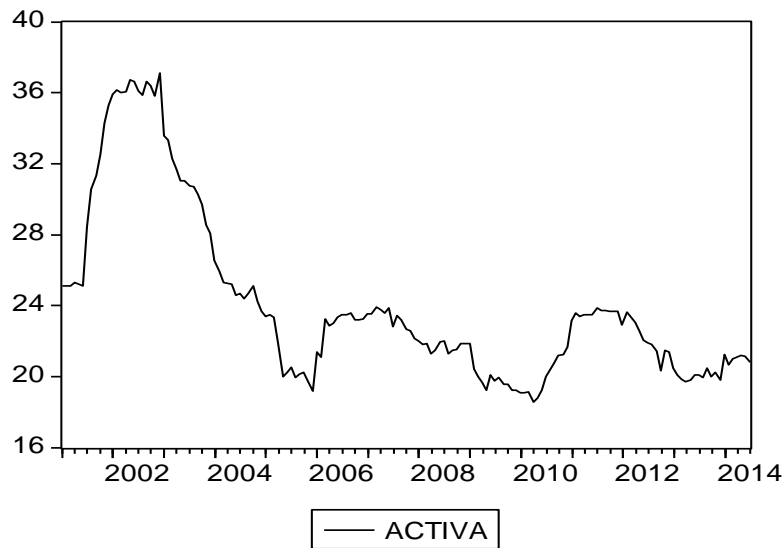


Figura 4.1. Evolução temporal da taxa de taxa de juro das operações sobre activos dos bancos comerciais em Moçambique no período de 01/2001 a 07/2014.

O teste de raiz unitária de Dickey-Fuller, concluiu a não rejeição da hipótese de existência de uma raiz unitária na taxa de juros activas, isto é, a taxa de juros activa é não estacionária, facto esse que já era de se esperar devido a tendência que o gráfico 4.1 apresentou. Neste sentido, como reza a literatura a série de taxas de juros em operações activas muitas das vezes torna-se estacionária em primeiras diferenças.

Tabela 4.1 Teste de raiz unitária de Dickey- Fuller para a taxa de juros activas no MMI em Moçambique

Hipótese Nula: Taxa de Juros activa têm uma raiz unitária

	Estatística t	Prob.*
Teste Estatístico Dickey Fuller Aumentado	-2.661409	0.0831
Valores críticos de teste:		
1% level	-3.471987	
5% level	-2.879727	
10% level	-2.576546	

Fonte: Autor.

Pela análise da figura abaixo e das respectivas estatísticas, constata-se que a série temporal em estudo apresenta uma assimetria com desvio a direita com um skewness²¹ (coeficiente de assimetria $0.397074 < 0$), o que revela que não é simétrica como é no caso de uma distribuição normal.

O valor alto de kurtosis²² (coeficiente de achatamento), cerca de 9.27 indica-nos que estamos perante uma série que não segue distribuição normal²³

Pelo teste de Jarque –Bera rejeita-se a hipótese nula de distribuição normal²⁴

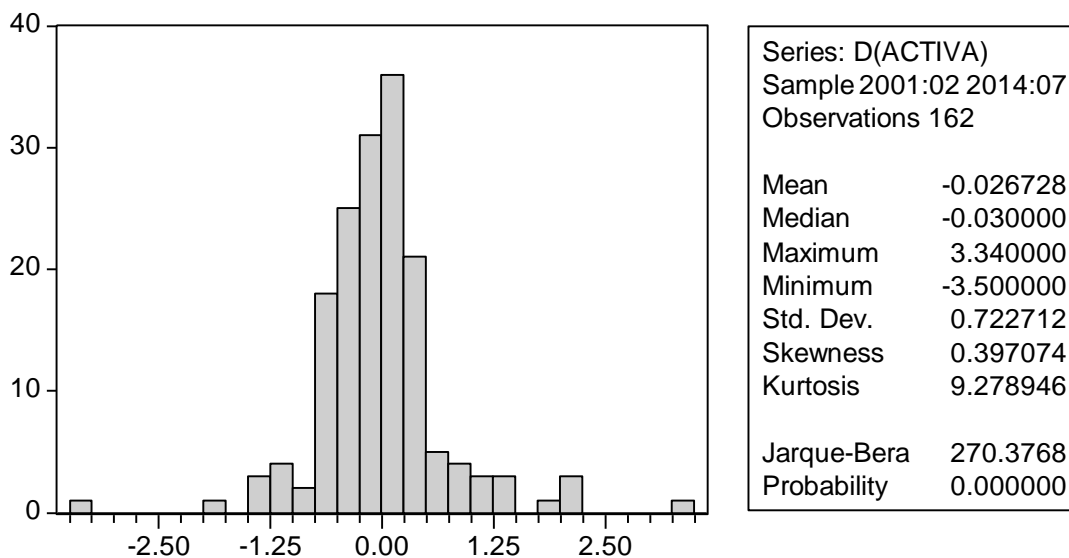


Figura 4.1 Histograma da série de taxas de juros sobre os activos dos bancos comerciais em Moçambique.

²¹ Normalmente para processos ARCH, o coeficiente de assimetria é muito diferente de zero (no caso de ser nulo dir-se-á que segue uma distribuição normal), sugerindo a aplicabilidade destes modelos em séries com tal comportamento.

²² Em geral processos ARCH (1) têm caudas mais pesadas do que a distribuição normal e são portanto adequados para modelar séries com essas características, como é o caso de série de taxas de juros Ehlers (2003), o que já uma sugestão para a aplicação dos modelos ARCH.

²³ Para uma distribuição normal curtose seria 3.

²⁴ A estatística de Jarque-Bera é 270.37 e com $p < 0.05$

4.2 Resultados empíricos

4.2.1. Teste de estacionariedade

O processo de modelação de séries temporais financeiras implica que, em primeiro lugar, se proceda a análise das propriedades de estacionariedade da série em estudo. Para o efeito, a literatura sugere o uso de testes de raiz unitária como é o caso de o de Dickey-Fuller descritos nos capítulos atrás. Note que, estes testes permitem detectar a existência de estacionariedade fraca em primeiras diferenças. Os resultados dos testes encontram-se na tabela 4.2.

Tabela 4.2: Teste de raiz unitária de Dickey- Fuller em primeiras diferenças para a taxa de taxa de juro das operações sobre activos dos bancos comerciais.

Hipótese Nula: Taxa de Juros activa tem uma raiz unitária em primeiras diferenças

	Estatística-t	Prob.*
Estatística de Dickey-Fuller Aumentado	-3.745875	0.0043
Valores criticos de teste: 1% level	-3.471719	
5% level	-2.879610	
10% level	-2.576484	

Fonte: Autor.

4.3 Estimação de modelos

4.3.1 Modelo ARIMA

Analisando a função de auto-correlação e a função de auto-correlação parcial pode-se constatar que os padrões destas são similares. As funções de auto-correlação na defasagem 2 parecem ser bem diferentes de zero em termos estatísticos, mas todas as demais defasagens parecem não ser diferentes de zero; assim, apenas a defasagem 2 é significativa. Portanto, vamos supor que o processo que gerou as primeiras diferenças das taxas de juros activas seja no máximo um processo AR (2), evidentemente é supérfluo incluir também o termo de ordem 1, pois apenas o

de 2 é que é significativo. E também é notório que a função FACP decai bruscamente para zero a partir da defasagem 8, sugerindo nesse caso a estimação de um modelo autoregressivo.

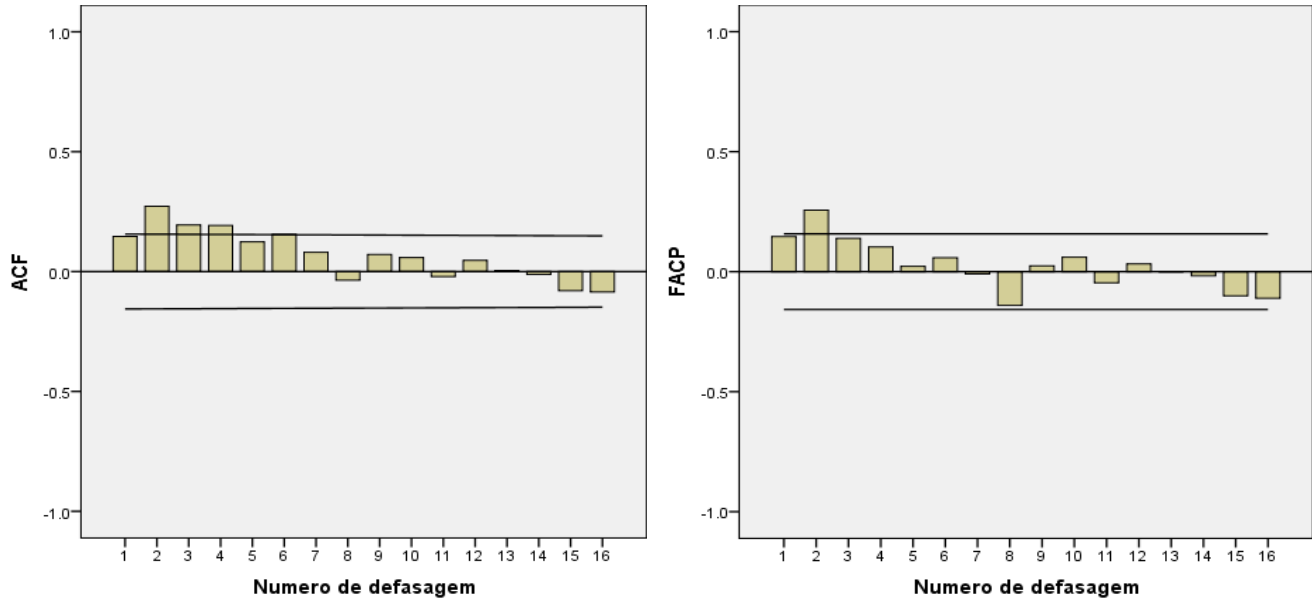


Figura 4.2. Correlograma da FAC e FACP em primeiras diferenças de série de taxas de juro sobre operações dos activos dos bancos

Importa ressaltar que o parâmetro autoregressivo do modelo apresentou-se como significativo ($\text{prob} < 0.05$). Para saber se o modelo se ajusta aos dados de modo razoável pode-se fazer um diagnóstico que consiste em obter resíduos da regressão estimada e obter funções de auto-correlação e auto-correlação parcial desses resíduos.

Como pode-se ver na tabela 4.4 as auto-correlações geral e parcial são individualmente significativas do ponto de vista estatístico. Em outras palavras, os correlogramas das auto-correlações dão impressão de que os resíduos estimados são puramente aleatórios. Portanto é possível que não haja necessidade de procurar outro modelo ARIMA.

Tabela 4.3. Estimação do modelo de taxas de juros sobre os activos dos bancos comerciais.

Variável	Coefficiente	Erro Padrão	Estatística-t	Prob.
C	-0.027954	0.076311	-0.366313	0.0000
AR(2)	0.272845	0.076588	3.562494	0.0005

Fonte: Autor

Tabela 4.4 Correlograma de função de auto-correlação e auto-correlação parcial dos resíduos

Autocorrelação	Autocorrelação parcial	AC	PAC	Est-Q	Prob	
. *	. *	1	0.070	0.070	0.7918	0.374
. .	. .	2	-0.035	-0.040	0.9903	0.609
. *	. *	3	0.146	0.152	4.5095	0.211
. *	. *	4	0.096	0.074	6.0356	0.197
. .	. .	5	0.062	0.064	6.6740	0.246
. *	. *	6	0.134	0.116	9.6873	0.138
. .	. .	7	0.035	0.002	9.8953	0.195
* .	* .	8	-0.107	-0.126	11.836	0.159
. .	. .	9	0.065	0.038	12.568	0.183
. .	. .	10	0.065	0.018	13.288	0.208
. .	. .	11	-0.046	-0.035	13.655	0.253
. .	. .	12	0.040	0.042	13.941	0.305

Fonte: Autor

4.3.2 Teste LM (Multiplicador de Lagrange) para detenção do efeito ARCH

Como reza a literatura, terá efeito ARCH na série dos resíduos, sempre que existir uma relação de dependência entre os quadrados dos resíduos (ε_t^2) e os seus valores defasados q periodos.

Os resultados do teste LM rejeitam a hipótese nula²⁵ de existência de autocorrelação na variância dos erros na regressão estimada, concluindo a presença do efeito ARCH na variância do erro (prob < 0.05).

²⁵ A hipótese nula do teste LM de efeito ARCH diz o seguinte: $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0$, $nR^2 \sim \chi_q^2$ de maneira que H_0 é rejeitada se $nR^2 > \chi_{q,\alpha}^2$; que para o presente trabalho, H_0 é rejeitada com $p < 0.05$.

Tabela 4.5 Teste LM de efeito de ARCH para a variância dos erros do modelo de taxas de juro sobre activos dos bancos comerciais.

Teste ARCH

Estatística F	5.156744	Prob	0.004516
Obs*R ²	5.056357	Prob	0.004536

Equação de teste

Variável	Coeficiente	E-Padrão	Estatística-t	Prob.
C	0.402194	0.118986	3.380185	0.0009
RESID ² (-1)	0.178308	0.078520	2.270847	0.0045

Fonte: Autor

A partir desses resultados, pode-se afirmar que é exequível construir um modelo ARCH (1) para descrever correctamente o processo de formação de variância condicional de erro.

4.3.3 Estimação de Modelo ARCH (1)

Atentando na tabela a seguir, é factual que a variância para ambos canais apresentou uma memória curta, dependendo apenas de erros (ao quadrado) ocorridos um período antes, isto é, determinação da volatilidade futura está condicionada à informação que se tem do erro ao quadrado do período imediatamente anterior. Assim, se o erro de previsão ao quadrado de um dado mês for elevado, a volatilidade do mês seguinte tende também a ser elevada.

A análise residual para os dois modelos revelou que estes foram capazes de capturar convenientemente a estrutura heterocedástica da variância condicional dos erros, sendo a série dos resíduos um *ruído branco*²⁶.

²⁶ Ver anexo (análise residual do modelos modelos ARCH)

Tabela 4.6 Estimação de ARCH (1) para taxas de juros sobre operações dos activos dos bancos

Equação da média

	Coefficiente	Erro-Padrão	Estatística-z	Prob.
C	-0.016534	0.070491	-0.234559	0.0000
AR (2)	0.262670	0.075917	3.459942	0.0005

Equação da variância

	Coefficiente	Erro-Padrão	Estatística-z	Prob.
C	0.360961	0.026410	13.66782	0.0000
ARCH (1)	0.291843	0.082964	3.517711	0.0004

Fonte: Autor

4.3.4. Estimação dos modelos GARCH (1, 1) e EGARCH (1, 1)

Apesar de não existir um teste directo à presença de um efeito GARCH, foi demonstrado que a hipótese nula para testar um ARCH era equivalente a testar a hipótese de existência de um processo GARCH, Franses e Van Dijk (2000).

Todos os coeficientes são estatisticamente significativos a 5% de significância existindo um processo estacionário de volatilidade na medida em que a soma dos seus coeficientes é inferior a unidade.

Sem qualquer excepção, não se pode rejeitar a hipótese nula de o quadrado dos resíduos ser um ruído branco, uma vez que F para os coeficientes considerados em conjunto, não permite rejeitar a hipótese nula de que o quadrado dos resíduos é um ruído branco. Desta forma, o modelo GARCH (1,1) permite de forma positiva remover a correlação do quadrado dos resíduos²⁷.

²⁷ Ver tabela de anexos (teste LM de efeito ARCH para os resíduos)

Tabela 4.7. Modelo GARCH (1, 1) para a taxa de juro sobre activos dos bancos comerciais.

Equação da média

	Coefficiente	Erro-Padrão	Estatística-z	Prob.
C	-0.067087	0.022527	-2.978067	0.0029
AR(2)	0.200653	0.052927	3.791114	0.0001

Equação da variância

	Coefficiente	Erro-Padrão	Estatística-z	Prob.
C	0.007221	0.001205	5.991435	0.0000
ARCH(1)	-0.048029	0.002605	-18.44017	0.0000
GARCH(1)	1.018014	0.002255	451.3703	0.0000

Fonte: Autor

Com objectivo de verificar a existência de um efeito *leverage* na volatilidade da série em estudo, foi estimado o modelo EGARCH (1, 1). Dos resultados na tabelas a seguir, verificou-se que apesar de o coeficiente de RES/SQR[GARCH](1) (que testa a presença de efeito leverage) ser significativo, um efeito leverage não estava presente na volatilidade (risco) de taxas de juros, uma vez que RES/SQR[GARCH](1) > 0, o que significa que a volatilidade aumenta com choques positivos.

No entanto, o modelo EGARCH (1, 1) para ambas séries, não se mostrou adequado para modelar a variância condicional (risco) da equação de taxa de juros activa, pois alguns coeficientes da equação da variância condicional não apresentam significância estatística ($p > 0.05$)

Tabela 4.8: Modelo EGARCH (1, 1) para a taxa de juros sobre activos dos bancos.

Equação da média

	Coefficiente	Erro-Padrão	Estatística-z	Prob.
C	0.006811	0.076355	0.089207	0.0000
AR(2)	0.254196	0.093950	2.705648	0.0068

Equação da variância

	Coefficiente	Erro-Padrão	Estatística-z	Prob.
C	-1.058687	0.225929	-4.685935	0.0000
RES /SQR[GARH(1)	0.473377	0.135223	3.500714	0.0005
RES/SQR[GARCH](1)	0.080510	0.084270	0.955390	0.3394
EGARCH(1)	0.069194	0.206478	0.335117	0.7375

Fonte: Autor

4.4. Comparação dos modelos estimados

Para saber qual dos modelos melhor se ajusta a volatilidade de taxas de juros sobre os activos dos bancos comerciais em Moçambique vai se utilizar os critérios de informação de Akaike (CIA) e de Schwartz (CIS)²⁸. Os resultados encontram-se na tabela abaixo.

Tabela 4.9: Estatísticas para a selecção de modelos

Estatísticas	ARCH (1)	GARCH (1, 1)
CIA	2.086534	1.822198
CIS	2.163413	1.918298
Durbin- Watson	1.852585	1.813587
Log Likelihood	-162.9227	-140.7759

Fonte: Autor

Pela observação da tabela 4.9 é evidente que em todas as estatísticas para a selecção do melhor modelo, o modelo GARCH (1, 1) apresentou os menores valores, no entanto esses valores (CIA e CIS) são entre si valores aproximados.

Entretanto, o modelo ARCH (1) mostrou um melhor desempenho na previsão da taxa de juros e do seu risco (volatilidade) em relação ao modelo GARCH (1, 1), conforme mostram as estatísticas de previsão na tabela 4.10.

Tabela 4.10 Estatísticas de desempenho da previsão fora da amostra.

Estatísticas	ARCH (1)	GARCH (1, 1)
REQM	4.374796	5.512022
EAM	3.063604	4.48773
EAMP	11.82079	17.58164
CDT	0.123627	0.123627

Fonte: Autor

²⁸ Selecciona-se o modelo que tiver menor valor de CIA e CIS

4.4.1 Análise de significância e representatividade do modelo estimado

Para a testar a significância estatística do modelo estimado usa-se a estatística F, sob hipótese nula²⁹ de que todos os coeficientes são iguais a zero. De acordo com o modelo estimado a probabilidade referente a estatística F (= 0.000124) é inferior ao nível de significância, o que induz a rejeição da hipótese nula, isto é, o conjunto de todos os regressores estimados é adequado para explicar o comportamento da série de taxas de juros nominais aplicadas em operações activas.

Uma vez que os erros do modelo são independentes³⁰ e com distribuição normal (conforme pode-se ver em anexos), a alusão da concepção de Ribeiro (2014), o processo estocástico referente a série de taxas de juros nominais em operações activas não viola o pressuposto de série estacionária ergódica.

4.4.2 Previsão

Segundo Costa et al. (2003), comumente existe um atraso de tempo entre um evento futuro (que é desconhecido) e a ocorrência efectiva deste mesmo evento. Esta diferença de tempo é a principal razão para planear e prever.

Na óptica de Gujarati (2006), a previsão constitui uma parte na análise econométrica, para alguns a mais importante.

A partir do modelo estimado ARCH (1) procedeu-se a previsão das taxas de juros referentes às operações activas das operações sobre o activo dos bancos comerciais em Moçambique para o período de 08/2014 a 7/2015.

Na tabela 4.11 estão apresentados os valores das taxas de juros, a volatilidade (medida de risco) e intervalos de confiança de 95% para taxas de juros no período de 08/2014 a 7/2015.

²⁹ $H_0 = \beta_1 = \dots \beta_k = 0$. Se $prob(\text{Teste } F) < 5\%$, rejeita – se a hipótese nula

³⁰ A independência foi testada usando as funções FAC e FACP- vide anexo.

Tabela 4.11 Previsão de taxa de Juros sobre activos dos bancos comerciais moçambique para o período de Agosto de 2014 a Julho de 2015.

Mês/14-2015	Taxa de Juros	L. Inferior	L. Superior	Volatilidade
Agosto	20.77992875	19.51305239	22.0468051	0.398536398
Setembro	20.67580321	18.79752433	22.55408209	0.477270682
Outubro	20.65833994	18.11007968	23.2066002	0.500248743
Novembro	20.61879816	17.5082607	23.72933563	0.506954732
Dezembro	20.60201993	16.96816942	24.23587044	0.508911829
Janeiro	20.57944234	16.47948304	24.67940164	0.509482995
Fevereiro	20.56284404	16.03366618	25.09202191	0.509649686
Março	20.54472244	15.62139679	25.46804808	0.509698333
Abril	20.5281714	15.23746635	25.81887646	0.509712531
Maió	20.51122025	14.87651052	26.14592997	0.509716674
Junho	20.49468163	14.53519865	26.45416461	0.509717883
Julho	20.47803791	14.21046175	26.74561407	0.509718236

Fonte: Autor

Importa frisar a aplicabilidade dos modelos da classe ARCH, facto destacado pelas taxas de juros estimadas que aproximam-se dos valores publicados pelo banco de Moçambique no período em análise.

Ainda no que tange as vaticinações encontradas, é correcto rezar que no período em análise a volatilidade de taxas de juros em estudo é baixa (volatilidade aproximadamente 0.5, isto é, menor do que 1 em todo o período em análise), o que sugere que não haverá grandes flutuações a curto prazo, facto que possa ser explicado pela estabilização económica que se verifica no País nos últimos anos. É de salientar que durante os meses de Agosto e Setembro a volatilidade foi a dos mais baixo não obstante nesses meses ter-se verificado as maiores taxas relativamente aos outros meses, porém, de Setembro até Julho de 2015 a volatilidade de taxas de juros é praticamente estável com uma tendência de variação crescente, contudo, praticamente insignificante.

4.5. Análise e discussão de resultados

Em Moçambique, faz-se referência de dois trabalhos desta área, nomeadamente³¹: o de Narcélio (2008) e de Loquiha (2007) que faziam análise da volatilidade de taxa de cambio para o período de 1998 à 2008 e análise de taxa de inflação para o período de 1996 a 2006, respectivamente. O primeiro trabalho evidenciou que o modelo mais ajustado é o ARCH (1), no entanto, no outro trabalho GARCH (1, 1) foi o modelo com melhor desempenho.

Facto novo nessa abordagem, é que o modelo que mais se ajusta a volatilidade de taxas de juros para os activos dos bancos comerciais em Moçambique para o período é o modelo ARCH (1), porém, uma análise de valores subsequentes mostra que o mesmo modelo já se mostra eficaz, isto é, o que mais oferece melhores previsões é o modelo GARCH (1,1), isso pode ser explicado pelo facto de as taxas de juros no Período de em análise foi precedido de um ambiente sereno, porém, com a constante dinâmica da firma bancária, o comportamento futuro das taxas de juros tomaria outras posições que em algum momento fariam com que fosse necessária seleccionar um modelo ARCH de ordem elevada para conter a dinâmica da variância condicional. E, no modelo GARCH (1, 1) a função linear da variância condicional inclui também variâncias passadas, o risco de taxas de juros fora do período em análise depende dos quadrados dos erros anteriores e também da sua variância em momentos anteriores. (Bollerslev, 1986).

A característica dupla da série de taxas de juros em relação as demais séries financeiras é que as taxas de juros são facilmente influenciadas por outras variáveis financeiras, portanto, como reza a literatura qualquer mudança na estrutura económica de um País afecta instantaneamente e em grande medida a séries as taxas de juros praticadas. Portanto, é importante que ao se analisar uma série de taxa de juros se faça também uma análise fora do período em análise, porque pode se dar o caso de após um longo período apresentar um comportamento já não explicado pelo modelo predeterminado.

³¹ Esses trabalhos serviram apenas de requisito parcial para a obtenção do grau de licenciatura em Estatística na Universidade Eduardo Mondlane

V. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O presente trabalho consistiu na aplicação dos modelos da classe ARCH na previsão de volatilidade de taxa de juro sobre activos dos bancos comerciais em Moçambique, tendo se chegado as seguintes constatações:

- A taxa de Juro em estudo, no período de Janeiro de 2001 a Julho de 2014 apresentou períodos de elevada variação, seguidos de períodos de menor variação sugerindo desta forma, aglomeração de volatilidade; evidências apontaram para a inexistência de uma significativa persistência de volatilidade, podendo esta ser descrita por um processo ARCH (1);
- Dentre os modelos analisados, o modelo ARCH (1) evidenciou melhor desempenho estatístico, apresentando melhores resultados referentes a habilidades de previsão.
- As previsões para o período de 08/2014 à 07/2015, usando o modelo ARCH (1) apontam para uma relativa estabilidade de taxas de juros atingindo 20.47% em Julho de 2015 com a volatilidade situando-se em torno de 0.5.
- Apesar de os resultados mostrarem uma relativa superioridade do modelo ARCH (1) para descrever o comportamento passado e futuro da volatilidade (variância condicional) na taxa de juro em estudo, existe um significativo efeito assimétrico dos erros passados na volatilidade, ou seja, erros negativos tendem a produzir efeitos diferentes dos erros positivos. No entanto, não foi verificado o efeito *leverage* no risco de taxa de juro sobre o activo dos bancos comerciais em Moçambique, uma vez a volatilidade aumentar com choques positivos do que com choques negativos da mesma magnitude.

5.1. Recomendações

As conclusões por este trabalho produzidas, sugerem a adequabilidade dos modelos ARCH para o estudo de risco de taxa sobre activos dos bancos comerciais em Moçambique, sendo por isso, a sua aplicação recomendada. Recomenda-se, também, em futuras pesquisas sobre volatilidade de taxa de juro bem como passivas, sejam testados modelos assimétricos como por exemplo o

modelo TARARCH (*Threshold ARCH*), que poderão certamente capturar de forma satisfatória, os efeitos assimétricos dos choques passados na volatilidade.

5.2. Limitações do estudo

As principais limitações encontradas durante a realização do estudo foram:

- Falta de Material bibliográfico;
- Dificuldades na obtenção de dados de maior dimensão;
- Insuficiência de estudos que levam em consideração a mesma variável: taxa de juros o que possibilitasse a comparação dos resultados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aidar, O. e C. Gomes (2006). *Metas inflacionarias, preços livres e administrados no Brasil: Uma análise econométrica*. 19 pp.

Akgiray, V. (1989). *Conditional Heteroskedasticity in Time Series of Stock returns: Evidence and Forecast*. Journal of Business, 62. pp 55-82.

Arce, R. (1998). *Introducción a los Modelos Autorregresivos Con Heterocedasticidad Condicional (Arch)*. I.L. Klein. pp 2-22.

Baillie, R.T. e T. Bollerslev (1992): *Prediction in Dynamic Models with Time-Dependent Conditional Variances*. Journal of Econometrics, 58. pp 565-585.

Banco de Moçambique (2007): *Estratégias da Política Monetária* (www.bm.co.mz).

Banco de Moçambique (2003): *Boletim Estatístico*.

Black, F. (1976). *Studies of Stock Market Volatility Changes: Proceedings of the American Statistical Association*. Business and Economic Statistics Section. pp 177-181.

Bollerslev, T. (1987). *A Conditional Heteroskedastic Time Series Models for Speculative Prices and Rates of Return*. Review of Economics and Statistics, 69. pp 542-567.

Box, G.E.P. e G.M. Jenkins (1976); *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Second Edition, San Francisco. Holden-Day.

Caiado, J. (2003). *Premio Nobel de Economia: o desenvolvimento de métodos estatísticos para a análise de séries económicas e financeiras*. pp 6-14.

Costa, P., G. Couto e G. Martins (2003,); *Análise da volatilidade do premio de risco do mercado de capitais Portugêses*. 36 pp. 2ª versão. ISEG/UTL

Davidson, P. (1972). *Money and the Real World*. London. Macmillan.

de Alencar, B.K. (17 de Julho de 2006). *Modelos de previsão da inflação: Uma análise comparativa a curto prazo*. Dissertação de mestrado profissionalizante em economia. Rio de Janeiro. Faculdade de Economia e Finanças IBMEC.

Dickey, D.A. e Fuller W.A. (1981). *Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root*. Econometrica, 49. pp 1057-1072.

Dickey, D.A. e W.A. Fuller (1979). *Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root*, Journal of the American Statistical Association, 74. pp 427-431.

Duarte, E.M e J.A.S da Fonseca (2003). *Volatility analysis of the Portuguese stock market*. 17 pp.

Dufrénot, G. e V. Mignon (2002). *Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance*. Dordrecht. NL: Kluwer Academic Publishers

Engle, R.F. (1982). *Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of the United Kingdom Inflation*; Econometrica, 50. pp 987-1006.

Engle, R.F. (2002). New Frontiers for ARCH Models. Journal of Applied Econometrics, 17. pp 425-446.

Engle, R.F. e K.V. Ng (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility. *The Journal of Finance*, XLVIII (5). pp 1749-1778. *Journal of Finance*, XLVIII (5). pp 1749-1778.

Hamilton, J. D (1994). *Times Series Analysis*. Library of Congress Cataloging-in-Publication Data.

Fama, E. (1965). *The Behaviour of Stock Market Prices*. Journal of Business, 38. pp 34-105.

Ferreira, M.A. (2001). *Testing Models of the Spot Interest Rate Volatility*. Working-Paper. University of Wisconsin-Madison.

Franses, F.H e D.R. van Dijk (2000). *Non-linear Time Series Models in Empirical Finances*. Cambridge University Press.

Fuller, W.A. (1976). *Introduction to Statistical Time Series*. New York. John Wiley.

Gokcan, S. (2000). Forecasting Volatility of Emerging Stock Markets: Linear versus Non-Linear GARCH Models. Journal of Forecasting, 19. pp 3-29.

Governo de Moçambique. (2013). *Estratégias para o desenvolvimento do sector financeiro*.

- Gujarati, D.N (2006). *Econometria básica*. 4ª edição (tradução). São Paulo. Editora Campus.
- Hotta, L.K., M.P. Laurini, M. Mollica e P.L.V. Pereira (1999); *Modelos Econométricos para Estimção e Previsão de Volatilidade*. Ibmec Business School. pp 6-8.
- Issler, J.V (1999). *Estimating and Forecasting the Volatility of Brazilian Finance series using ARCH models*. Rio de Janeiro. 49 pp. Graduate School of Economics – EPGE.
- Lucas, E. (2003). *Uma metodologia para o calculo do valor em risco no mercado financeiro*. 12 pp.
- Loquiha, Osvaldo (2009). *Modelos Auto Regressivos de Heterocedasticidade Condicional – Uma aplicação a análise de volatilidade da taxa de inflação de Moçambique no período de 1996-2006*. Trabalho de Licenciatura em Estatística na UEM.
- MacKinnon, J.G. (1991). *Critical values for co-integration tests* em Engle, R.F. e C.W.J. Granger (eds.), *Long-Run Economic Relationships*. pp 267-276. Oxford. Oxford University Press.
- MacKinnon, J.G. (1996). *Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests*. Journal of Applied Econometrics, 11. pp 601-618.
- Mandelbroit, B. (1963). *The Variation of Certain Speculative Prices*. Journal of Business, 36. pp 394-419.
- Marques, C.R. (1998). *Modelos Dinâmicos, Raízes Unitárias e Cointegração*. Lisboa. EDINOVA
- Menezes, Rui (2007). *Globalização de mercados bolsistas: Uma realidade ou um mito?*. 67 pp. (ainda por publicar).
- Mishkin, Frederic (2000). *Bancos e Mercados Financeiros*. LTC- livros técnicos e científicos editora S.A. Ed. Rio de Janeiro-RJ, 2000.
- Morretin, P. A. e C. M. C. Toloi (1987). *Previsão de séries temporais*. 2 edição. São Paulo. Actual Editora.

Mutombene, Narcélio. (2008). *Análise de Volatilidade da Taxa de Câmbio Metical/Dólar no período de Janeiro de 1998 a Dezembro de 2008* Aplicando os modelos da família ARCH. Trabalho de Licenciatura em Estatística na UEM.

Nascimento, K.L e Vieira, F.V (2005); *Metas de inflação, juros e cambio no Brasil: Uma investigação empírica e teórica*; Programa de Iniciação Científica (PIBIC/CNPQ), Projecto: F-023/2005.

Nelson, D.B. (1991). *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*. Econometrica, 59. pp 347-370.

Ribeiro, J.L.D e L. Werner (2003). *Previsão de demanda: Uma Aplicação dos modelos Box-Jenkins na área de assistência Técnica de Computadores Pessoais*. v.10, n.1. pp 47-67.

Rossetti, J.P. (2006). *Introdução à economia*. 20^a edição São Paulo. Editora Atlas.

Sauders, Anthony (2011). *Financial Institutions Management*. Boston McGraw-Hill.

Sentana, E. (1995). *Quadratic ARCH Models*. Reviews of Economic Studies, 60. pp 639-661.

Glossário

1. ACTIVO – Algo que pertence a um indivíduo ou sociedade; instrumento financeiro; bem económico; equipamento; rubrica do balanço.

2. ACTIVO FINANCEIRO – Valor mobiliário que, geralmente, confere ao seu titular um crédito ou um direito de propriedade sobre a entidade emissora, tais como as obrigações e as acções.

3. AMOSTRA - Qualquer subconjunto de elementos de uma população.

4. AUTOCORRELAÇÃO - a correlação interna entre membros de uma série de observações ordenadas no tempo ou espaço.

5. AUTOREGRESSÃO - a geração de uma série de observações pela qual o valor de cada uma é parcialmente dependente nos valores daquelas que imediatamente a precederam.

6. CURTOSE - um termo usado para descrever a extensão pela qual a curva de frequência unimodal é “pontaguda”; ou seja, a extensão relativa do declive na vizinhança da moda. O termo foi introduzido por Karl Pearson em 1906 e, ele propôs a razão de momentos μ^4/μ_2^2 como uma medida de curtose.

7. DESIGUALDADE DE JENSEN - Se X é uma variável aleatória definida no intervalo I , e g é qualquer função convexa em I , então a desigualdade $g(E[X]) \leq E[g(X)]$ é conhecida como desigualdade de Jensen.

8. DESFASAGEM - um evento que acontece no tempo $t+k$ ($k>0$) é chamado desfasado com relação ao tempo t , sendo a desfasagem de ordem k .

9. DISTRIBUIÇÃO ASSIMPTÓTICA - a forma limite de uma distribuição de frequência ou probabilidade dependente de um parâmetro, tal como tamanho de amostra ou tempo, quando o parâmetro tende ao limite, geralmente infinito.

10. EFEITO LEVERAGE (do inglês *leverage effect*) – presença dum efeito assimétrico na volatilidade, de tal forma que a volatilidade aumenta com erros negativos e diminui com erros positivos.

11. ERRO - em geral, um erro no sentido coloquial. Em um sentido mais limitado, erro é usado em estatística para denotar a diferença entre um valor observado e seu verdadeiro valor.

12. ERRO ABSOLUTO - o erro absoluto de uma observação x é o desvio absoluto de x do seu valor “real”.

13. ESTATÍSTICA DE DURBIN – WATSON - uma estatística de teste da independência dos erros em uma regressão de mínimos quadrados contra uma alternativa de correlação serial.

14. ESTIMADOR - um estimador é uma regra ou método de estimar uma constante de uma população. É geralmente expressado como uma função de valores de uma amostra e, conseqüentemente, uma variável cuja distribuição é de grande importância no cálculo da confiabilidade da estimativa a ser calculada a partir dele.

17. ESTIMADOR CONSISTENTE - um estimador é dito consistente se ele converge em probabilidade, quando o tamanho de amostra cresce, ao parâmetro do qual é estimador.

18. ESTIMADOR EFICIENTE - um estimador é dito eficiente se ele é de variância mínima.

19. ESTIMATIVA - de forma restrita, uma estimativa é um valor particular obtido para um estimador em determinada amostra.

20. ESTIMAÇÃO - estimação está relacionada com a inferência sobre o valor numérico de valores desconhecidos da população baseados em dados incompletos como uma amostra. Se um único valor for calculado para cada parâmetro desconhecido, o processo é chamado estimação pontual. O processo de estimação por intervalos consiste em calcular um intervalo de forma que, com certo grau de certeza, ele contenha o parâmetro de interesse.

21. FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO - a função de autocorrelação de um processo estocástico estacionário é a autocovariância dividida pela variância.

22. FUNÇÃO DE AUTOCOVARIÂNCIA - para qualquer processo estocástico estacionário a função $\gamma(k) = C(x_{t+k}, x_t)$, onde C representa a covariância dos termos entre parêntese é conhecida como função de autocovariância.

23. FUNÇÃO DE DENSIDADE CONDICIONAL - se um conjunto de variáveis $x_1, \dots, x_p, x_{p+1}, \dots, x_q$ têm densidade conjunta $f(x_1, \dots, x_p, x_{p+1}, \dots, x_q)$, a sub-densidade obtida mantendo constantes algumas das variáveis é chamada de condicional; assim, a densidade de x_1, \dots, x_p para x_{p+1}, \dots, x_q fixos é comumente representada por $f(x_1, \dots, x_p | x_{p+1}, \dots, x_q)$.

24. FUNÇÃO DE VEROSSIMILHANÇA - se a função de distribuição de variáveis aleatórias x_1, \dots, x_n , que dependem dos parâmetros $\theta_1, \dots, \theta_k$, é representada como $dF = f(x_1, \dots, x_n;$

$\theta_1, \dots, \theta_k) dx_1 \dots dx_n$, a função $f(x_1, \dots, x_n; \theta_1, \dots, \theta_k)$ considerada como função dos θ 's para valores fixos dos x 's é chamada função de verossimilhança.

25. HOMOCEDESTICIDADE - Para muitas variáveis aleatórias com distribuição conjunta dada, se a variância de uma variável é a mesma para todas as outras, a distribuição é chamada homocedástica

26. INTERVALO DE CONFIANÇA - se for possível definir duas estatísticas t_1 e t_2 (funções de valores da amostra somente) de forma que, sendo θ o parâmetro a estimar, $Pr(t_1 \leq \theta \leq t_2) = \alpha$, onde α é o coeficiente de confiança, o intervalo entre t_1 e t_2 é chamado intervalo de confiança.

27. MODELO AUTO-REGRESSIVO - um modelo econométrico que utiliza a própria variável de interesse defasada no tempo para explicar os valores atuais.

28. MODELO DE BOX E JENKINS - modelo de previsão de séries temporais não estacionárias, com ou sem efeito sazonal. Este modelo depende de autoregressões de m -ésima ordem da série, com resíduos de média móvel.

29. MÉTODO DE MÍNIMO QUADRADOS ORDINÁRIOS - uma técnica de estimação pela qual as quantidades a estimar são determinadas minimizando-se uma certa forma quadrática das observações e aquelas quantidades.

30. MOMENTO - em geral, um momento é o valor médio da potência de uma variável aleatória, $\int x^r dF(x)$, ou, quando se fala em momento em torno de um valor central, m , $\int (x-m)^r dF(x)$

- 31. NORMALIDADE ASSIMPTÓTICA** - uma distribuição dependente de um parâmetro n , geralmente um tamanho de amostra, é definida como assintoticamente normal se, quando n tende ao infinito, então, a distribuição tende para a forma Normal.
- 32. OBRIGAÇÃO** – Título de dívida com vencimento além de cinco anos.
- 33. OBRIGAÇÕES DE TESOURO** - Valor de prazo mais longo emitido pelo governo americano. Em geral, são apólices que vencem em períodos superiores a cinco anos. Pode ser um título de dívida emitido pelo tesouro.
- 34. PREVISÃO** - em geral, previsão é o processo de determinar a magnitude de variáveis estatísticas em alguns pontos de tempo futuros.
- 35. PROCESSO DE LONGA MEMÓRIA** - a memória longa, ou longa dependência, em séries temporais é uma característica em que a série, mesmo estacionária, depende fortemente de seu passado distante.
- 36. RENDIMENTOS DE ACCÇÕES** - Ganhos por ação ordinária (após o imposto) vezes 100 e divididos pelo preço de mercado da ação.
- 37. RESÍDUO** - um termo geral que denota a quantidade restante depois de alguma outra quantidade ter sido subtraída. Ocorre em uma variedade de contextos específicos.
- 38. RETORNO** - dinheiro ganho em um investimento, muitas vezes expresso como uma porcentagem.

39. RISCO DE TAXAS DE JUROS - flutuações ou variações em taxas de juros, geralmente chamado de volatilidade

40. VARIÁVEL ALEATÓRIA - para um determinado espaço amostral Ω , uma variável aleatória, denotada por X , é uma função com domínio Ω e contradomínio \mathbb{R} .

41. VARIÁVEL OBSERVÁVEL - uma variável matemática ou estocástica, cujos valores podem ser diretamente observados, a diferença de variáveis não observáveis que são incluídas em equações estruturais mas, que não são diretamente observadas.

42. VOLATILIDADE – variância condicional de retornos de activos financeiros.

ANEXOS

ANEXO A: Dados de taxas de juros em operações activas

Tabela 1 A: Série de taxas de Juros para Operações no Mercado Monetário Interbancário em Moçambique

2001:01	25.13	2004:04	25.24	2007:07	22.82
2001:02	25.13	2004:05	25.21	2007:08	23.45
2001:03	25.13	2004:06	24.6	2007:09	23.2
2001:04	25.29	2004:07	24.68	2007:10	22.66
2001:05	25.21	2004:08	24.37	2007:11	22.55
2001:06	25.13	2004:09	24.7	2007:12	22.16
2001:07	28.47	2004:10	25.13	2008:01	21.98
2001:08	30.54	2004:11	24.23	2008:02	21.8
2001:09	31.32	2004:12	23.67	2008:03	21.87
2001:10	32.5	2005:01	23.37	2008:04	21.3
2001:11	34.27	2005:02	23.46	2008:05	21.48
2001:12	35.27	2005:03	23.32	2008:06	21.97
2002:01	35.89	2005:04	21.9	2008:07	22.02
2002:02	36.16	2005:05	19.97	2008:08	21.29
2002:03	36.03	2005:06	20.22	2008:09	21.49
2002:04	36.06	2005:07	20.5	2008:10	21.52
2002:05	36.71	2005:08	19.93	2008:11	21.88
2002:06	36.62	2005:09	20.15	2008:12	21.85
2002:07	36.1	2005:10	20.21	2009:01	21.88
2002:08	35.88	2005:11	19.77	2009:02	20.44
2002:09	36.65	2005:12	19.2	2009:03	19.98
2002:10	36.4	2006:01	21.4	2009:04	19.65
2002:11	35.84	2006:02	21.11	2009:05	19.24
2002:12	37.09	2006:03	23.25	2009:06	20.09
2003:01	33.59	2006:04	22.86	2009:07	19.77
2003:02	33.31	2006:05	23.01	2009:08	19.94
2003:03	32.28	2006:06	23.35	2009:09	19.56
2003:04	31.7	2006:07	23.5	2009:10	19.56
2003:05	31.02	2006:08	23.46	2009:11	19.23
2003:06	31.04	2006:09	23.56	2009:12	19.21
2003:07	30.76	2006:10	23.21	2010:01	19.1
2003:08	30.69	2006:11	23.18	2010:02	19.1
2003:09	30.28	2006:12	23.22	2010:03	19.14
2003:10	29.71	2007:01	23.51	2010:04	18.57
2003:11	28.54	2007:02	23.52	2010:05	18.79
2003:12	28.05	2007:03	23.9	2010:06	19.23
2004:01	26.56	2007:04	23.76	2010:07	19.99
2004:02	25.9	2007:05	23.59	2010:08	20.39
2004:03	25.29	2007:06	23.88	2010:09	20.78

Continua...

2010:10	21.18	2012:09	21.41
2010:11	21.25	2012:10	20.34
2010:12	21.67	2012:11	21.49
2011:01	23.13	2012:12	21.38
2011:02	23.59	2013:01	20.47
2011:03	23.38	2013:02	20.09
2011:04	23.46	2013:03	19.84
2011:05	23.46	2013:04	19.71
2011:06	23.49	2013:05	19.8
2011:07	23.87	2013:06	20.08
2011:08	23.72	2013:07	20.09
2011:09	23.74	2013:08	19.95
2011:10	23.65	2013:09	20.45
2011:11	23.68	2013:10	20
2011:12	23.68	2013:11	20.25
2012:01	22.93	2013:12	19.8
2012:02	23.61	2014:01	21.23
2012:03	23.33	2014:02	20.65
2012:04	23.04	2014:03	21.01
2012:05	22.57	2014:04	21.1
2012:06	22.05	2014:05	21.18
2012:07	21.9	2014:06	21.15
2012:08	21.8	2014:07	20.8

Fonte: Departamento de Estudos Económicos e Estatísticas do Banco de Moçambique

Tabela 2A: Estatísticas descritivas de taxas de juros em operações activas no período em estudo.

Estatísticas descritivas	
Media	24.11055
Mediana	23.04
Máximo	37.09
Mínimo	18.57
Desvio Padrão	4.855454
Assimetria	1.40121
Curtose	3.939526
Observações	163

Fonte: Autor

ANEXO B: Análise Residual do Modelo AR (2)

Figura 1B: Análise residual do modelo AR (2)

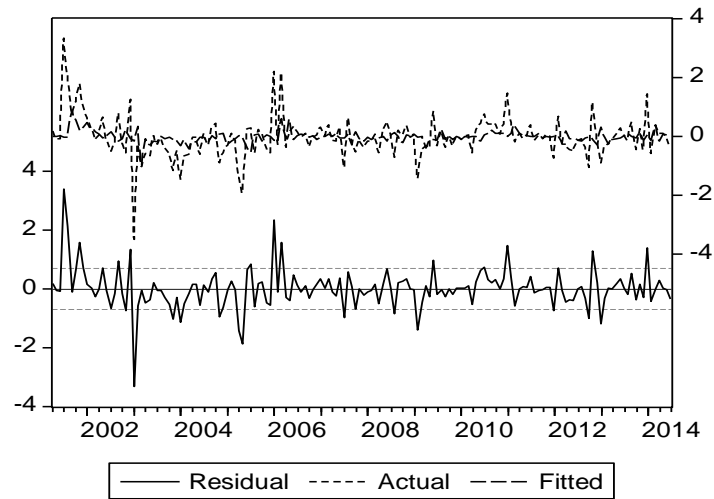
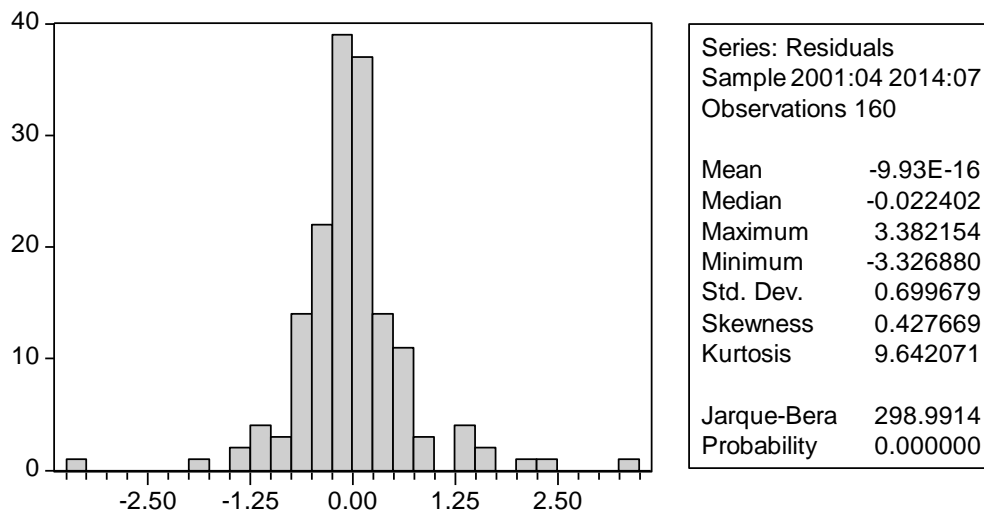


Figura 2B: Histograma dos resíduos do modelo AR (2)



ANEXO C: Análise Residual do Modelo ARCH (1)

Tabela 1C: correlograma dos resíduos padronizados do modelo ARCH (1)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
. *	. *	1	0.073	0.073	0.8587	0.354
. .	. .	2	-0.023	-0.029	0.9477	0.623
. *	. *	3	0.148	0.153	4.5552	0.207
. *	. *	4	0.099	0.078	6.1968	0.185
. .	. .	5	0.064	0.063	6.8835	0.229
. *	. *	6	0.135	0.115	9.9314	0.128
. .	. .	7	0.037	0.001	10.160	0.180
* .	* .	8	-0.104	-0.127	12.006	0.151
. .	. .	9	0.065	0.037	12.742	0.175
. .	. .	10	0.064	0.019	13.457	0.199
. .	. .	11	-0.045	-0.036	13.809	0.244
. .	. .	12	0.041	0.042	14.099	0.294

Fonte: Autor

Tabela 2C: Teste LM para de efeito ARCH para os resíduos do modelo ARCH (1)

Teste ARCH :

F-statistic	0.000106	Probability	0.991803
Obs*R-squared	0.000107	Probability	0.991738

Equação de teste:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.006922	0.252494	3.987908	0.0001
STD_RESID^2(-1)	-0.000821	0.079794	-0.010290	0.9918

Fonte: Autor

ANEXO D: Análise dos Resíduos do modelo GARCH (1, 1)

Tabela 1D: Correlograma dos resíduos padronizados do modelo GARCH (1, 1)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
. *	. *	1	0.090	0.090	1.3322	0.248
. .	. .	2	0.048	0.040	1.7064	0.426
. *	. *	3	0.159	0.153	5.8846	0.117
. *	. *	4	0.121	0.097	8.3349	0.080
. *	. .	5	0.078	0.053	9.3595	0.096
. *	. *	6	0.139	0.105	12.628	0.049
. .	. .	7	0.047	-0.003	13.001	0.072
* .	* .	8	-0.088	-0.132	14.315	0.074
. *	. .	9	0.067	0.033	15.081	0.089
. .	. .	10	0.063	0.028	15.764	0.107
. .	. .	11	-0.039	-0.039	16.032	0.140
. .	. .	12	0.042	0.042	16.344	0.176

Fonte: Autor

Tabela 2D: Teste LM para de efeito ARCH para os resíduos do modelo GARCH (1, 1)

Teste ARCH:

F-statistic	0.098990	Probability	0.753463
Obs*R-squared	0.100188	Probability	0.751605

Equação de teste:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.153917	0.211277	5.461621	0.0000
STD_RESID^2(-1)	0.025085	0.079730	0.314626	0.7535

Fonte: Autor