



**Faculdade de Ciências**

**Departamento de Matemática e Informática**

---

Trabalho de Licenciatura em Estatística

**Análise da volatilidade dos preços das exportações  
mensais de energia eléctrica no período de Janeiro de  
2011 à Junho de 2023**

**Autor:** Elvira António Timane

Maputo, Março de 2025



**Faculdade de Ciências**

**Departamento de Matemática e Informática**

---

Trabalho de Licenciatura em Estatística

**Análise da volatilidade dos preços das exportações  
mensais de energia eléctrica no período de Janeiro de  
2011 à Junho de 2023**

**Autora:** Elvira António Timane

**Supervisor:** Prof. Doutor Alberto Mulenga, UNL

Maputo, Março de 2025

## **DECLARAÇÃO DE HONRA**

Declaro por minha honra que o presente trabalho é resultado da minha investigação e que o processo foi concebido para ser submetido apenas para a obtenção do grau de Licenciada em Estatística, na Faculdade de Ciências da Universidade Eduardo Mondlane

Maputo, 26 de Março de 2025

---

(Elvira António Timane)

## DEDICATÓRIA

Aos meus pais, António Paulo Timane (em Memória), e a  
Cristina António Matlombe.

A minha filha Wilma António Macamo, aos meus irmãos e a toda família Timane.  
E em especial a minha avó Amélia Sambo (em Memória), pelo amor incondicional.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus pelo dom da vida, saúde, e por me ter guardado e guiado em todos momentos da minha vida.

Ao meu supervisor, Prof. Doutor Alberto Mulenga, pela disponibilidade, paciência, dedicação, orientação e muito mais pelo incentivo, dispensado durante a supervisão do trabalho, e pelo privilégio de tê-lo como supervisor.

Ao corpo docente do Departamento de Matemática e Informática, em particular aos docentes do curso de Estatística, pela dedicação e ensinamentos prestados ao longo do curso.

Muito obrigado ao meu pai António Timane (carinhosamente tratado como Sr. Dover), por ter-me amado de forma incondicional e sempre aconselhando-me a trilhar o caminho, acompanhado com uma esferográfica e o papel, pautando sempre pela nossa educação, o meu eterno Kanimambo.

A minha mãe "Dona Cristina Matlombe", por ter educado e cuidado de mim, sem o seu apoio não teria chegado e muito menos conseguido ter o mínimo de Educação. Agradeço a Deus por ter-me recebido e educado até onde pode assim o fazer. Cá estou horando o seu esforço por ter apostado na minha formação, o meu eterno Kanimambo e Respeito, por tudo.

A todos meus irmãos, simplesmente por existirem e pela certeza da confiança e apoio na minha formação, de igual modo agradecer a mana Verónica e Emídio por tudo que fazem por mim. Ao António Macamo, por ter-me ajudado e incentivado a dar continuidade com os estudos, e a minha filha por existir e ter sido a força motriz.

Ao meu Marido Omar Sucuma, pelo companheirismo, carinho, amizade, incentivo e ajuda em todo momento e ao meu tio João, pela dedicação, apoio e ensinamento, para o ingresso a faculdade. Agradeço em especial aos meus colegas de carteira Edna Come, Lazar Muchanga, Maik Mapicha, José Dimas e o Elton Bié pela amizade, companheirismo e apoio incondicional, meu muito obrigado. Ao mano Ivo Como, pelo incentivo e disponibilidade em sanar minhas dúvidas e ter ajudado quando tudo parecia que ia desmoronar.

Em fim, a todos que directa ou indirectamente contribuíram para a minha formação académica que não mencionei, e a todos quanto tornaram possível a realização do presente trabalho.

## Resumo

No período de 2018 à 2023, Moçambique tem-se destacado como um importante jogador no sector de energia, especialmente na exportação de energia eléctrica. Essa nova capacidade de exportar electricidade possui um imenso potencial para o país, tanto do ponto de vista económico quanto diplomático. À medida que a demanda por energia eléctrica nos países vizinhos continua a aumentar, os vastos recursos de Moçambique se tornaram um activo valioso. O trabalho teve como objectivo analisar a volatilidade dos preços das exportações mensais de energia eléctrica, no período de Janeiro de 2011 à Junho de 2023. Para a análise foram usados modelos autorregressivos com heteroscedasticidade condicional. Para a estimação foi usado o método de máxima verossimilhança, tendo-se verificado que três modelos apresentaram todos os parâmetros significativos. A aplicação dos critérios de selecção dos modelos sugeriu que, o modelo de heteroscedasticidade condicional auto-regressiva generalizada exponencial com parâmetros (3,2) é o que melhor ajusta o comportamento da série das exportações mensais de energia eléctrica para o período em estudo e para fins de previsão o mesmo modelo apresentou melhor desempenho, pois, apresenta menores valores das estatísticas preditivas. De acordo com o modelo escolhido, verificou-se uma tendência crescente de Julho a Setembro de 2023, e decrescente até Novembro para os valores previstos.

**Palavras-chave:** Energia eléctrica; Exportações mensais; Modelos ARCH; Previsão; Volatilidade.

## Abstract

In the period from 2018 to 2023, Mozambique has emerged as an important player in the energy sector, especially in the export of electrical energy. This new capacity to export electricity has a immense potential for the country, both from an economic and diplomatic point of view. As demand for electrical energy in neighboring countries continues to increase, Mozambique's vast resources have become a valuable asset. The work aimed to analyze the volatility of export prices monthly electricity supply, from January 2011 to June 2023. For the analysis, used autoregressive models with conditional heteroscedasticity. For estimation, we use maximum likelihood method, and it was verified that three models presented all the parameters significant. The model selection criteria suggested that the exponential generalized autoregressive conditional heteroscedasticity with parameters (3,2) model is the best adjusts the behavior of the series of monthly electricity exports for the period under study and for prediction purposes, the same model presented better performance, as it presents lower values of predictive indicators. according to the models chosen, we found a growing trend from July to September 2023, and an decreases until November 2023 for the predicted values.

**Key-Word:** Electric energy; Monthly exports; ARCH models; Forecast; Volatility.

## **Lista de Abreviaturas**

ADF	Teste Aumentado de Dickey-Fuller
AIC	Critério de Informação de Akaike
AR	Auto Regressivo
ARCH	Auto Regressive Condicional Heteroskedasticity
ARIMA	Auto Regressivo e Integrado de Média Móveis
BM	Banco de Moçambique
EGARCH	Exponencial Generalized Auto Regressive Condicional Heteroskedasticity
Eviews	Econometric Views
FAC	Função de Auto Correlação
FACP	Função de Auto Correlação Parcial
EPDSF	Estratégia Para o Desenvolvimento do Sistema Financeiro
GARCH	Generalized Auto Regressive Condicional Heteroskedasticity
MA	Médias Móveis
ML	Multiplicador de Lagrange
SIC	Critério de Informação de Schwartz

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Problematização . . . . .	2
1.2	Objectivos . . . . .	3
1.2.1	Objectivo geral . . . . .	3
1.2.2	Objectivos específicos . . . . .	3
1.3	Relevância do estudo . . . . .	3
1.4	Estrutura do trabalho . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Revisão da literatura</b>	<b>5</b>
2.1	O sector de energia em Moçambique . . . . .	5
2.1.1	Visão geral histórica: . . . . .	5
2.1.2	Obstáculos e oportunidades na exportação de energia eléctrica . . . . .	5
2.1.3	Exportação de energia eléctrica em Moçambique . . . . .	7
2.2	Conceitos de séries temporais . . . . .	8
2.2.1	Principais componentes de uma série temporal . . . . .	9
2.2.2	Estacionaridade das séries temporais . . . . .	9
2.3	Modelos das séries temporais . . . . .	11
2.3.1	Modelos autoregressivos . . . . .	11
2.3.2	Modelos de médias móveis . . . . .	11
2.3.3	Modelo autorregressivo e de médias móveis . . . . .	11
2.3.4	Modelos autorregressivos integrados e de médias móveis . . . . .	12
2.4	Modelos com heteroscedasticidade condicional . . . . .	13
2.4.1	Modelo autoregressivo com heteroscedasticidade condicional . . . . .	13
2.4.2	Modelo ARCH Generalizado . . . . .	15
2.4.3	Modelo exponencial GARCH . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Material e métodos</b>	<b>18</b>
3.1	Material . . . . .	18

3.2	Métodos . . . . .	18
3.2.1	Testes preliminares das séries temporais . . . . .	18
3.2.2	Teste do efeito ARCH nos resíduos . . . . .	20
3.2.3	Estimação dos modelos ARCH . . . . .	21
3.2.4	CrITÉrios de selecção dos modelos . . . . .	23
3.2.5	Previsões e medidas de desempenho das previsões . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Resultados e discussão</b>	<b>26</b>
4.1	Análise descritiva da série temporal em estudo . . . . .	26
4.2	Resultados de modelos da classe ARIMA . . . . .	28
4.2.1	Especificação e estimação do modelo ARIMA . . . . .	28
4.2.2	Diagnóstico do modelo ARIMA (1,0,2) . . . . .	30
4.3	Resultados dos modelos da classe ARCH . . . . .	31
4.3.1	Resultados da estimação dos modelos da classe ARCH . . . . .	31
4.3.2	Diagnostico dos resíduos dos modelos da classe ARCH . . . . .	33
4.3.3	Medidas de desempenho das previsões . . . . .	35
4.4	Discussão dos resultados . . . . .	36
<b>5</b>	<b>Conclusões e recomendações</b>	<b>38</b>
5.1	Conclusões . . . . .	38
5.2	Recomendações . . . . .	38
	<b>Referências</b>	<b>40</b>

# Lista de Figuras

4.1	Comportamento da série dos preços das exportações mensais de energia eléctrica no período de Janeiro de 2011 a Junho de 2023. . . . .	27
4.2	Correlograma da FAC e FACP da série dos retornos dos preço das exportações mensais de energia. . . . .	29
4.3	Correlograma dos resíduos do modelo ARIMA (1, 0, 2). . . . .	30
4.4	Curva de Impacto das notícias do modelo EGARCH (3,2) . . . . .	34

# Lista de Tabelas

4.1	Estatísticas descritivas da série das exportações mensais de energia eléctrica . . . . .	27
4.2	Resultado do teste de raiz unitária de Dickey-Fuller aumentado da série em nível . . . . .	28
4.3	Teste de raiz unitária de Dickey-Fuller aumentado para os retornos . . . . .	28
4.4	Resultado do modelo ARIMA das exportações mensais de energia eléctrica . . . . .	29
4.5	Teste de heteroscedasticidade dos resíduos . . . . .	31
4.6	Resultados dos modelos da classe ARCH . . . . .	32
4.7	Teste de autocorrelação dos resíduos . . . . .	33
4.8	Teste de Jarque-Bera de normalidade dos resíduos . . . . .	33
4.9	Teste de heteroscedasticidade dos resíduos para os modelos ARCH (1) EGARCH (2,3) e EGARCH (3,2) . . . . .	34
4.10	Comparação dos modelos estimados . . . . .	34
4.11	Valores do desempenho das previsões do modelo EGARCH (3,2) . . . . .	35
4.12	Previsão dos preços das exportações mensais de energia eléctrica . . . . .	36

# Capítulo 1

## Introdução

A energia eléctrica é um elemento importante, pois, ela proporciona o conforto, o bem-estar e segurança para a sociedade. O sector de energia eléctrica sempre se apresentou sensível às mudanças que ocorrem dentro dos diversos cenários: mercadológico, sócio ambiental, político e económico (Silveira, 2016).

A exportação de energia eléctrica refere-se ao processo de vender electricidade gerada de um país para outro. Isso geralmente ocorre por meio de interconexões de redes eléctricas entre diferentes nações. Existem várias razões pelas quais um país pode optar por exportar energia eléctrica, algumas das principais razões incluem o excedente de produção e a geração de receitas.

Segundo a Comissão Europeia (2022), entende-se por excedente de produção: se um país produz mais energia eléctrica do que precisa para atender à demanda interna, pode optar por exportar o excedente para países vizinhos. Isso pode ser especialmente relevante em países com grande capacidade de geração de energia renovável, como energia eólica ou solar, onde a produção pode variar ao longo do dia. Segundo Agência Internacional de Energia (2022), a exportação de energia eléctrica pode ser uma fonte de receita para um país. Ao vender electricidade para outros países, o país exportador pode obter lucros e melhorar sua balança comercial.

Segundo Sena (2016), a energia eléctrica cumpre um papel fundamental na produção dos mais diferentes sectores da economia. Seja em pequena quantidade, garantindo o funcionamento de computadores no sector de serviços, seja utilizada em larga escala na transformação de minério em metal na indústria de alumínio, sua utilização é essencial. Assim sendo, uma deficiência na prontidão de produção, transmissão e distribuição de energia eléctrica pode levar desde a uma mera redução da produtividade à completa incapacidade produtiva.

Moçambique possui uma rica diversidade de recursos energéticos, incluindo o gás natural, o carvão mineral, energia hidroeléctrica e energia solar. Esses recursos oferecem um enorme potencial para a produção de energia eléctrica e a exportação para países vizinhos. No entanto, a exploração e o aproveitamento desses recursos requerem investimentos em infraestrutura e tecnologia.

Para compreender e lidar com as incertezas no mercado de exportação de energia, diversos modelos econométricos são aplicados para analisar a volatilidade dos preços e verificar padrões dos dados. Entre eles, os modelos autorregressivos de heteroscedasticidade condicional (ARCH) e suas extensões como modelos autorregressivos de heteroscedasticidade condicional Generalizada (GARCH) e modelos autorregressivos de heteroscedasticidade condicional Generalizada Exponencial (EGARCH), têm se destacado por sua capacidade de capturar a variabilidade condicional e os choques no mercado de energia eléctrica.

Esses modelos são particularmente úteis na identificação de eventos que impactam a volatilidade de preços pois permitem analisar a influência de notícias e choques económicos no comportamento de preços futuros, em particular, o modelo ARCH e suas variações são amplamente utilizados para estudar o efeito da heteroscedasticidade condicional, fornecendo informações importante para a gestão de riscos e a formulação de políticas.

## 1.1 Problematização

Moçambique possui uma das maiores potenciais hidroeléctricas da África, com uma capacidade de produção de mais de 12.000 megawatts, especialmente na província de Tete, ao longo do rio Zambeze, onde está situada a usina de grande escala de Cahora Bassa. Moçambique destaca-se como um importante fornecedor de electricidade para os países vizinhos. A exportação de electricidade gerada nesta unidade é uma actividade regular, com a África do Sul sendo o maior comprador de energia.

No período de 2020 a 2023, as exportações de energia eléctrica produzida em Moçambique registaram consideráveis oscilações nos volumes e valores exportados, influenciadas por uma interacção dinâmica de diversos factores económicos, políticos e ambientais. Tais oscilações podem ter um impacto diferenciado no crescimento económico do país.

Moçambique possui um grande potencial de geração de energia renovável, especialmente hidroeléctrica e solar, que poderia ser aproveitado para a eletrificação rural. No entanto, a volatilidade dos preços da electricidade exportada, especialmente para a África do Sul, tem sido um Impasse significativo. Essa instabilidade de preços dificulta o planeamento e os investimentos necessários para expandir o acesso à electricidade nas

áreas rurais de Moçambique. Diante desse contexto, surge a seguinte questão: Qual é o modelo que melhor descreve a volatilidade da série temporal dos preços das exportações mensais de energia eléctrica em Moçambique?

## 1.2 Objectivos

### 1.2.1 Objectivo geral

Analisar a volatilidade das exportações mensais de energia eléctrica no período de Janeiro de 2011 a Junho de 2023

### 1.2.2 Objectivos específicos

- Caracterizar o comportamento da série dos preços das exportações mensais de energia eléctrica no período de de Janeiro de 2011 a Junho de 2023;
- Estimar um modelo da classe ARCH que melhor descreve a volatilidade das exportações mensais de energia eléctrica no período de Janeiro de 2011 a Junho de 2023;
- Verificar a existência de assimetria na volatilidade à resposta aos choques;
- Fazer a previsão da série dos preços das exportações mensais de energia eléctrica no período de Julho de 2023 a Novembro de 2023.

## 1.3 Relevância do estudo

O estudo da volatilidade das exportações mensais de energia eléctrica é de grande relevância para Moçambique, pois as exportações desse recurso desempenham um papel crucial na economia do país, representando uma parte significativa da receita nacional e contribuindo directamente para o crescimento económico. Compreender essa volatilidade é essencial para a gestão de riscos, o planeamento económico, a atração de investimentos estrangeiros, a estabilidade no mercado regional e a formulação de políticas energéticas eficazes, garantindo um crescimento sustentável e previsível para o sector.

Durante o período em análise, as exportações de energia eléctrica de Moçambique apresentaram flutuações consideráveis nos preços, gerando tanto efeitos positivos quanto negativos. Essas flutuações podem aumentar o risco financeiro para as empresas e instituições do sector energético, além de introduzir incertezas na projeção de demanda e oferta, tornando o planeamento económico e empresarial mais desafiador. Por isso, compreender e modelar a volatilidade das exportações é essencial por várias razões estratégicas, a destacar:

- Na gestão de riscos para empresas, pois, para as empresas envolvidas na geração e exportação de energia, compreender as flutuações de preços possibilita a adopção de estratégias de gestão de risco mais eficazes, como contratos de hedging, que podem diminuir o impacto negativo nas margens de lucro e assegurar a viabilidade financeira em longo prazo;
- No planeamento económico, ao conhecer os níveis de flutuações dos preços, o governo de Moçambique pode prever com maior precisão as receitas de exportação, permitindo uma alocação eficiente de recursos, especialmente em sectores críticos, ajudando a estabilizar a economia em períodos de volatilidade;
- Na competitividade e estabilidade comercial, analisando as flutuações dos preços permite a Moçambique negociar contratos de exportação de energia em termos mais vantajosos e assegurar sua competitividade no mercado regional, para além disso, o conhecimento das tendências de preços torna o país mais atraente para investimentos estrangeiros no sector energético.

Portanto, o estudo da volatilidade das exportações de energia eléctrica em Moçambique não só contribui para a minimização dos riscos económicos associados às flutuações de preço, mas também fornece uma base sólida para a tomada de decisões estratégicas que podem ajudar a maximizar o potencial de crescimento e desenvolvimento do país. Ao entender melhor essas dinâmicas, Moçambique pode garantir a estabilidade de suas receitas de exportação, fortalecer sua posição no mercado regional e promover um crescimento económico sustentável a longo prazo.

## 1.4 Estrutura do trabalho

No capítulo 1, é feita a apresentação do tema, bem com a definição do problema de estudo. São também apresentados os objectivos geral e específicos a alcançar e a relevância da investigação. No capítulo 2, é apresentada a revisão da literatura. Neste capítulo são introduzidos os conceitos de série temporal e as técnicas de previsão de séries temporais, concretamente os modelos das classes ARIMA e ARCH. No capítulo 3, é apresentada a fonte de obtenção dos dados, a variável de estudo, assim como os métodos usados para alcançar os objectivos propostos. No capítulo 4, são apresentados os resultados deste estudo e sua respectiva discussão. No capítulo 5, são apresentadas as conclusões dos resultados obtidos e as respectivas recomendações.

# Capítulo 2

## Revisão da literatura

### 2.1 O sector de energia em Moçambique

#### 2.1.1 Visão geral histórica:

Para compreender a importância da posição actual de Moçambique no mercado de exportação de energia, é essencial traçar o desenvolvimento histórico do sector de energia. Desde a era colonial até a pós-independência, Moçambique enfrentou obstáculos e avanços no domínio energético.

Segundo o Banco Mundial (2017), em Moçambique existem vários projectos hidroelétricos em desenvolvimento, como a Usina de Mphanda Nkuwa. Moçambique descobriu reservas de gás natural ao longo da costa norte do país, na bacia do Rovuma. Essas reservas têm atraído investimentos substanciais de empresas internacionais de energia. O desenvolvimento desses recursos de gás natural está em andamento, com planos para a construção de instalações de liquefação de gás natural e terminais de exportação.

De acordo com o World Bank (2018), além da energia eléctrica e do gás, Moçambique possui grandes reservas de carvão, com maior abundância na província de Tete. Essas reservas atraíram investimentos significativos de empresas de mineração, com foco na exportação para mercados internacionais, como a Índia e a China. No entanto, o sector de carvão tem enfrentado obstáculos devido à queda nos preços internacionais do carvão e preocupações ambientais.

#### 2.1.2 Obstáculos e oportunidades na exportação de energia eléctrica

Nenhum sector está livre de obstáculos, e o sector de energia em Moçambique não é excepção. A exportação de energia eléctrica em Moçambique enfrenta obstáculos que contribuem para sua volatilidade. Um dos principais obstáculos é a instabilidade climática, que afecta a produção de energia hidroeléctrica e

pode levar a variações na disponibilidade de electricidade para exportação. Além disso, a dependência de combustíveis fósseis também pode levar a flutuações nos preços e na demanda, afectando a exportação de energia eléctrica. A infraestrutura insuficiente, tanto em termos de capacidade de geração quanto de rede de transmissão, também é um obstáculo que pode afectar o preço de venda.

Segundo Carvalho (2020), o sector de energia em Moçambique é caracterizado por uma diversidade de fontes de energia, incluindo hidroelectricidade, gás natural e energia renovável. Esta secção irá descrever o estado actual do sector de energia, explorando a capacidade instalada, geração de sistemas de distribuição. Além disso, serão destacados os obstáculos enfrentados pelo sector, como infraestrutura inadequada e acesso limitado à electricidade em áreas rurais.

Segundo o Banco Mundial (2018), o sector energético em Moçambique enfrentou vários obstáculos e apresenta oportunidades para o país. Abaixo estão alguns dos principais problemas por enfrentar ou ultrapassar:

- **Acesso à electricidade:** ainda existe uma falta de acesso à electricidade em Moçambique, especialmente em áreas rurais. A expansão da infraestrutura de distribuição e melhoramento da ligação é essencial para garantir que mais pessoas tenham acesso a energia eléctrica.
- **Infraestrutura limitada:** o sector de energia requer investimentos substanciais em infraestrutura, incluindo redes de transmissão e distribuição. A falta de infraestrutura adequada pode dificultar a expansão da capacidade de produção e o fornecimento de energia às áreas remotas do país.
- **Capacidade institucional:** o fortalecimento da capacidade institucional é fundamental para garantir uma governança eficaz no sector energético. Isto inclui melhorar a regulamentação, a gestão e a implementação de políticas, bem como o desenvolvimento de habilidades técnicas de gestão.
- **Financiamento:** para impulsionar o desenvolvimento do sector energético, é necessário um financiamento adequado. A atracção de investimentos nacionais e estrangeiros, bem como o acesso a financiamento internacional e parcerias publico-privadas, são aspectos cruciais para enfrentar os obstáculos do financiamento.

### Oportunidades

Segundo o Banco Africano de Desenvolvimento (2019), o sector energético em Moçambique apresentou oportunidades para o país. Abaixo estão algumas oportunidades:

- **Recursos naturais abundantes:** Moçambique possui recursos naturais, como gás natural, carvão e energia hidroeléctrica. A exploração e exportação desses recursos oferecem oportunidades para impulsionar o sector energético, atrair investimentos estrangeiros e promover o crescimento económico.

- **Energias renováveis:** o país tem um grande potencial para o desenvolvimento de energias renováveis, como energia solar, eólica e biomassa. A utilização dessas fontes de energia limpa pode diversificar a matriz energética, reduzir a dependência de combustíveis fósseis e contribuir para a diminuição do impacto das mudanças climáticas.
- **Integração regional:** Moçambique está localizado em uma região com amplo potencial para cooperação energética e comércio. Por exemplo, o país faz parte do mercado regional de electricidade do sul da África e tem muito que fazer para fortalecer as interconexões de energia com países vizinhos.

### 2.1.3 Exportação de energia eléctrica em Moçambique

A exportação de energia eléctrica desempenha um papel crucial na economia de Moçambique. Além de gerar receitas, ela promove o desenvolvimento económico, cria emprego e impulsiona o crescimento de sectores-chave, como a indústria e o turismo. A exportação de energia eléctrica também fortalece as relações comerciais com países vizinhos e contribui para a integração regional (Banco Mundial, 2021).

Segundo Frances (2007), a exportação de energia eléctrica pode ter uma importância económica para um país. Abaixo encontram-se alguns dos principais benefícios económicos associados à exportação de energia eléctrica:

- **Receitas de exportação:** a exportação de energia eléctrica permite que um país gere receitas por meio de venda de electricidade para mercados externos, isso pode ajudar a diversificar as fontes de receita e impulsionar o crescimento económico especialmente se o país tiver recursos energéticos abundantes como gás natural, carvão ou hidroelectricidade.
- **Balança comercial positiva:** as receitas geradas pela exportação de energia eléctrica podem ajudar a melhorar a balança comercial de um país. Se as exportações de energia superarem as importações, isso pode contribuir para um saldo comercial positivo, reduzindo a dependência de importação de energia e fortalecimento a posição económica do país.
- **Criação de emprego e desenvolvimento de habilidade:** a exportação de energia eléctrica pode impulsionar a criação de emprego em vários sectores relacionados, como geração de energia, construção de infraestrutura, manutenção e transporte. Além disso, o desenvolvimento do sector energético requer habilidades técnicas especializadas, o que pode promover o desenvolvimento de competências e a capacitação de força de trabalho.
- **Atração de investimentos estrangeiros:** um sector energético robusto e a capacidade de exportar energia eléctrica podem atrair investimentos estrangeiros para o país. Empresas estrangeiras podem

se interessar em investir na infraestrutura de energia, na exploração de recursos energéticos e em projectos relacionados, o que pode impulsionar o crescimento económico, a transferência de tecnologia e desenvolvimento de outros sectores da economia.

- **Desenvolvimento regional e integração:** a exportação de energia eléctrica pode promover a cooperação regional e a integração económica entre países vizinhos. Por meio de interligações eléctricas e acordos de comércio de energia, os países podem compartilhar recursos, garantir estabilidade do projectos energéticos, o que pode ter impacto positivo na economia regional.

Segundo Germano (2016), os factores que contribuem para a volatilidade das exportações de energia eléctrica em Moçambique incluem: a variações na oferta de energia, demanda internacional e regional, preços internacionais de energia, infraestrutura e logística.

- **Variações na oferta de energia:** a dependência significativa de energia hidroeléctrica faz com que mudanças nas condições climáticas, como secas, impactem directamente a capacidade de geração de energia. A variação nos níveis dos rios pode afectar a oferta de energia eléctrica e, por conseguinte, a estabilidade das exportações.
- **Demanda internacional e regional:** mudanças na demanda por energia eléctrica dos países vizinhos que importam a energia podem afectar a estabilidade das exportações. A variação na procura pode causar flutuações nos preços e nas quantidades exportadas.
- **Preços internacionais de energia:** o preço da energia eléctrica no mercado internacional pode variar devido a factores globais, afectando directamente os preços de exportação. Mudanças nos preços das commodities energéticas podem levar a uma volatilidade significativa nos preços de exportação de Moçambique.
- **Infraestrutura e logística:** problemas na infraestrutura de transmissão e distribuição de energia eléctrica podem afectar a capacidade de exportar energia de forma estável e eficiente. A manutenção e desenvolvimento da infraestrutura são cruciais para garantir uma exportação consistente.

## 2.2 Conceitos de séries temporais

Segundo Gujarati (2006), uma série temporal é qualquer conjunto de observações de valores que uma variável assume em diferentes momentos do tempo.

De acordo com Bezerra (2006), uma série temporal é qualquer conjunto de observações ordenadas no tempo. Segundo Ehlers (2004), a característica mais importante de uma série temporal é a dependência das observações vizinhas, e que o maior interesse dos investigadores é a análise e a modelação desta dependência.

### 2.2.1 Principais componentes de uma série temporal

Segundo Morettin e Tolo (2004), os movimentos das séries temporais classificam-se em quatro tipos básicos de variações: a tendência, as variações sazonais, as variações cíclicas e as variações aleatórias.

- **Tendência:** indica a direcção geral dos valores da série, sendo a principal componente é um movimento suave registado num período longo de tempo, proporcionando a direcção dos dados de modo constante, crescente ou decrescente.
- **Ciclo:** são variações com comportamento similar à componente sazonal, caracterizadas por movimentos variáveis aperiódicos ou oscilatórios, mas que não se relacionam directamente a uma medida temporal, e está susceptível a influências de factores externos.
- **Sazonalidade:** são flutuações que se repetem de forma periódica, acompanhando um padrão temporal relacionado ao factor tempo. E que a diferença essencial entre as componentes cíclicas e sazonais, é que a componente cíclica não apresenta um período fixo e conhecido de flutuações, enquanto as flutuações sazonais acontecem por um período possível de identificar no calendário, além da duração das flutuações cíclicas ser maior do que nas sazonais.
- **Variações aleatórias:** é tudo o que não é explicado pelas outras componentes da série, ou seja, a variação aleatória é tudo o que não é captado pelas outras componentes.

Conforme o conjunto gerado, pode-se classificar a série em contínua ou discreta. Segundo Morretin e Tolo (2004), uma série temporal é discreta quando o conjunto de observações no tempo for finito ou infinito enumerável. E será dita continua quando o conjunto de observações no tempo for infinito e não enumerável.

Por outro lado, uma série temporal pode ser classificada como determinística ou estocástica

Diz-se determinística quando os valores futuros da série podem ser estabelecidos precisamente por alguma relação funcional matemática do tipo  $y = f(t)$ . E diz-se estocástica quando seus valores futuros só podem ser expostos em termos probabilísticos, uma vez que a série está descrita por meio de uma relação funcional que envolve não só o tempo, mas também uma variável aleatória do tipo  $y = f(t, \epsilon)$ , onde  $\epsilon$  é o termo aleatório residual, cuja inclusão se torna necessária quando não se consegue explicar completamente algum movimento irregular da série unicamente através da relação matemática.

### 2.2.2 Estacionaridade das séries temporais

Segundo Morretin e Tolo (2004), as séries estacionárias são aquelas que se desenvolvem no tempo aleatoriamente ao redor de uma média e variância constante, reflectido de alguma forma um equilíbrio estável. Segundo Gujarati (2006), um processo estocástico é considerado fracamente estacionário quando sua média

e a sua variância são constantes ao longo do tempo e o valor da covariância entre dois períodos de tempo depende apenas da distância, do intervalo ou da defasagem entre os dois períodos de tempo, e não do próprio tempo em que a covariância é calculada, isto é:

$$E[y_t] = \mu_t = \mu, \quad \mu \text{ é constante para todo } t \in T$$

$$Var[y_t] = E[y_t - \mu]^2, \text{ para qualquer } t \in T$$

$$Cov[y_t, y_{t-k}] = E[(y_t - \mu)(y_{t-k} - \mu)] = \gamma_k$$

Seja  $y_t$  um processo estacionário e  $\gamma_k$  a autocovariância de  $y_k$  de defasagem  $k$ , calculada para todo  $k$ . A função de autocovariância  $\gamma_k$ , satisfaz as seguintes propriedades:

- $\gamma_0 = Var(y_t) > 0$
- $\gamma_0 = |\gamma|$
- $\gamma_k = \gamma_{(-k)}$
- $\gamma_k$  é uma matriz não negativa.

A função de autocorrelação (FAC) é utilizada para identificação de modelos das médias móveis, e é definida pela equação 2.1:

$$\rho_k = \frac{Cov(y_t, y_{t-k})}{\sqrt{Var(y_k)Var(y_{t-k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (2.1)$$

De acordo com Gujarati (2006), para a identificação de modelos Autoregressivos de ordem ( $p$ ) é utilizada a função de autocorrelação parcial (FACP), que corresponde a correlação entre duas observações da mesma série, eliminando-se a dependência dos termos intermédios, ou seja a medida da correlação entre duas observações da mesma série ( $y_t, y_{t-k}$ ), não considerando a dependência dos termos intermédios ( $y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-k-1}$ ). Desta forma a função de autocorrelação parcial é definida como a consequência de correlações entre as observações,  $y_t$  e  $y_t, y_{t-1}$  e  $y_t, y_{t-2}$  e  $y_t, y_{t-k-1}$ , onde os efeitos das defasagens permanecem constantes.

Segundo Morettin e Toloi (2004), numa análise de séries temporais, as principais utilidades do gráfico da função de autocorrelação parcial são:

- Determinar a ordem de dependência dos valores da série temporal em relação aos seus valores passados, denominada ordem auto-regressiva  $p$  de um processo auto-regressivo através da observação do comportamento da FACP.

- Para determinar a ordem de dependência entre os erros aleatórios ocorridos no período actual e nos períodos passados, ou seja, a ordem de média móvel  $q$  de um processo de média móvel, utiliza-se o coeficiente de autocorrelação dos resíduos. Através da análise dos coeficientes de autocorrelação, é possível identificar a ordem  $q$  do processo de média móvel (MA( $q$ )), que indica até que ponto os erros passados influenciam o valor actual do erro.

## 2.3 Modelos das séries temporais

### 2.3.1 Modelos autoregressivos

Segundo Werner e Ribeiro (2003), em um modelo auto-regressivo de ordem  $p$  (AR( $p$ )), de uma série de dados históricos  $y_t$  é descrita por seus valores passados e pelo ruído ou choque aleatório  $\epsilon_t$ . Assim, um modelo AR( $p$ ) é dado por:

$$y_t = \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \dots + \beta_p y_{t-p} + \epsilon_t \quad (2.2)$$

Onde:  $y_t = y_{t-1} - \mu$ ,  $\beta_i$  é o parâmetro que descreve como  $y_t$  se relaciona com o valor  $y_{(t-i)}$ , para  $i = 1, 2, \dots, p$  e  $\mu$  é o termo médio. De acordo com Ehlers (2004), a equação (2.2) tem uma similaridade com um modelo de regressão múltipla, onde os valores passados de  $y_t$  são como regressores.

### 2.3.2 Modelos de médias móveis

Segundo Werner e Ribeiro (2003), em um modelo de médias móveis (MA), a série  $y_t$  resulta da combinação dos ruídos brancos  $\epsilon_t$  do período actual com aqueles ocorridos em períodos anteriores. Assim, um modelo de médias móveis de ordem  $q$  ou MA( $q$ ) é dado por:

$$y_t = \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \epsilon_{t-q} \quad (2.3)$$

Onde:  $y_t = y_t - \mu$ ;  $\theta_i$  é o parâmetro que descreve como  $y_t$  se relaciona com o valor  $\epsilon_{(t-i)}$  para  $i = 1, 2, \dots, q$ .

### 2.3.3 Modelo autorregressivo e de médias móveis

Segundo Chatfield (2003), o modelo ARMA (Auto-Regressivo e de Médias Móveis) é uma combinação de dois tipos de modelos para análise de séries temporais: o modelo autorregressivo (AR) e o modelo de médias móveis (MA). Ele é utilizado para modelar séries temporais que mostram dependência linear tanto entre os valores observados quanto entre os erros passados. O modelo ARMA ( $p, q$ ) é definido como:

$$y_t = \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \cdots + \beta_p y_{t-p} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \cdots - \theta_q \epsilon_{t-q} \quad (2.4)$$

Onde:  $y_t$  é o valor da série temporal no tempo  $t$ ,  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$  são os parâmetros da componente autorregressiva,  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  são os parâmetros da componente de médias móveis (MA).

Segundo Brockwell e Davis (1996), a função de autocorrelação de um modelo autorregressivo (AR) apresenta características distintas dependendo do sinal do parâmetro  $\beta_1$ :

- Quando  $\beta_1$  é positivo, a função de autocorrelação decai exponencialmente.
- Quando  $\beta_1$  é negativo, a função de autocorrelação também decai exponencialmente, mas com uma alternância de sinais positivos e negativos.

### 2.3.4 Modelos autorregressivos integrados e de médias móveis

De acordo com Gujarati et al. (2011), os modelos AR(p), MA(q) e ARMA(p,q), são baseados na suposição de que a série temporal é estacionária. Porém, sabe-se que a maior parte das séries económicas são não estacionárias, isto é, são integradas. De forma geral, se uma série temporal torna-se estacionária depois de diferenciada  $d$  vezes, diz-se que a série é integrada de ordem  $d$ , ou  $I(d)$ . As séries estacionárias são integradas de ordem zero ( $I(0)$ ).

Ainda segundo o Gujarati et al. (2011), se uma série precisar ser diferenciada  $d$  vezes para se tornar estacionária, e aplicar-lhe o modelo ARMA (p, q), diz-se que para a série temporal original aplicou-se o modelo autorregressivo integrado e de médias móveis, (ARIMA(p,d,q)), onde  $p$  denota o número dos termos autorregressivos,  $d$  o número de vezes em que a série foi diferenciada antes que se torne estacionária e  $q$  o número de termos de média móvel. Este modelo pode ser representado da seguinte maneira:

$$r_t = \beta_1 r_{t-1} + \beta_2 r_{t-2} + \cdots + \beta_p r_{t-p} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \cdots - \theta_q \epsilon_{t-q} \quad (2.5)$$

Onde:  $r_t = \Delta^d y_t$ , onde  $y_t$  é a série temporal original ou a série temporal bruta sobre a qual a diferenciação será aplicada e  $\Delta^d$  é a operação de diferenciação. No contexto de séries temporais,  $\Delta^d$  representa a diferenciação de ordem  $d$  se  $d$  for um número inteiro positivo, isso é realizado aplicando a diferença de ordem  $d$ .

## 2.4 Modelos com heteroscedasticidade condicional

De acordo com Pinho et al. (2011), a volatilidade representa uma característica fundamental nos mercados financeiros, como por exemplo, a análise da taxa de rendibilidade dos activos, a gestão de risco dos activos financeiros, entre outros. Desta forma suscita o interesse dos investigadores em encontrar possíveis modelos de volatilidade para serem usados na modelação e previsão de volatilidade.

Assim, a análise e modelação da volatilidade das séries temporais financeiras tornou-se o objecto de maior interesse desde a introdução do modelo Autorregressivo com heteroscedasticidade condicional (ARCH), proposto por Engle(1982). Em seguida vários modelos da classe ARCH univariados foram desenvolvidos, como por exemplo o modelo ARCH generalizado (GARCH) desenvolvido por Bollerslev (1986) e Taylor (1987), o modelo Exponencial GARCH de Nelson (1991), o modelo Threshold GARCH de Zakoian (1994), etc., com objectivo de estudar a volatilidade e outras características das séries temporais financeiras.

Cada modelo foi desenvolvido para capturar características particulares como agrupamentos de volatilidade, distribuições com caudas mais gordas e leptocúrticas, efeitos da alavanca e assimétrica nos choques ou notícia, alta persistência na volatilidade no segundo momento, etc. Detalhes de especificações e procedimentos de estimação podem ser encontrados em Bollerslev et al. (1994), Bera e Higgin (1993), Tsay (2005), entre outros.

### 2.4.1 Modelo autoregressivo com heteroscedasticidade condicional

O modelo ARCH(p) proposto por Engle (1982), é um modelo econométrico que captura a variância condicional dos erros numa série temporal. A variância condicional no tempo  $t$  é modelada como uma função linear dos quadrados dos erros passados, podendo ser representado por:

$$Y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + u_t \quad (2.6)$$

$$u_t = \epsilon_t \sigma_t \quad (2.7)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 \quad (2.8)$$

Onde  $\epsilon_t$  é uma sequência de variáveis independentes e identicamente distribuídas com média zero e variância igual a um (denotado  $\epsilon \sim N(0, 1)$ ),  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $i > 0$ , para garantir que a variância não condicional de  $u_t$  exista.

Na prática os resíduos estandardizados  $\epsilon_t = \frac{u_t}{\sigma_t}$ , são muitas vezes assumidos de que seguem distribuição normal.

**a) Propriedades do modelo ARCH (1)**

O modelo possui as seguintes propriedades:

1. A média não condicionada de  $u_t$  é igual a zero.

$$E(u_t) = E(\sigma_t \epsilon_t) = E(\sigma_t)E(\epsilon_t) = 0, \text{ porque } E(\epsilon_t) = 0$$

2. A variância não condicionada de  $u_t$  é dada por  $\bar{\sigma}_t^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}$

$$\text{var}_{t-1}(u_t) = E_{t-1}(u_t^2) = \sigma_t^2, \quad \text{Já que } E(\epsilon_t^2) = \text{var}(\epsilon_t) = 1$$

$$\text{var}(u_t) = E(u_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 E(u_{t-1}^2),$$

de onde  $\bar{\sigma}^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}$ , com  $0 \leq \alpha_1 < 1$

3. A variância condicionada de  $u_t$  é igual a  $\text{var}(u_t) = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2$

$$\text{var}_{t-1}(u_t) = E_{t-1}(u_t^2) = E(\epsilon_{t-1}^2)(\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2) = \sigma_t^2, \text{ ja que } E(\epsilon_t^2) = \text{var}(\epsilon_t) = 1$$

4. Auto-covariância de  $u_t$  é igual a zero.

$$E_{t-1}(u_t u_{t-1}) = 0$$

$$E_{t-1}(u_t u_{t-1}) = E_{t-1}(\sigma_t \epsilon_t u_{t-1})$$

$$E_{t-1}(u_t u_{t-1}) = E_{t-1}(\sigma_t u_{t-1} \epsilon_t)$$

$$\sigma_t E_{t-1}(u_{t-1}) E_{t-1} \epsilon_t$$

$$\sigma_t E_{t-1}(u_{t-1}) * 0 = 0$$

**b) Factos estilizados das séries financeiras**

Segundo Brooks (2008), o modelo ARCH apresenta um procedimento adequado para a análise da Volatilidade no desenvolvimento das séries temporais. Entretanto, os modelos ARCH apresentam alguns factos estilizados que podem constituir desvantagens:

- **Facto estilizado 1** – estacionaridade - as propriedades estatísticas da série são invariantes ao longo do tempo.
- **Facto estilizado 2** – fraca ou nenhuma dependência linear - a série de retornos geralmente mostra pouca ou nenhuma autocorrelação linear significativa, o que sugere que os retornos são independentes e identicamente distribuídos ao longo do tempo.
- **Facto estilizado 3** – não-normalidade - as distribuições das séries financeiras geralmente apresentam caudas pesadas e presença de assimetria, fugindo da curva Gaussiana.

- **Facto estilizado 4** – existência de volatilidade– as séries financeiras muitas vezes apresentam períodos de alta volatilidade e períodos de baixa volatilidade, ou seja, a variância condicional da série varia ao longo do tempo.

Seguindo Brooks (2008) e Tsay (2005), o modelo GARCH básico fornece um modelo razoavelmente bom para analisar séries temporais financeiras e estimar a volatilidade condicional. No entanto, existem alguns aspectos que existem na volatilidade condicional que não são capturados, pois, apenas os quadrados dos resíduos são usados na equação de variância condicional. Sinais e viés de tamanho dos resíduos, assimetria e efeitos de alavanca dos choques não são levados em consideração.

## 2.4.2 Modelo ARCH Generalizado

O mercado financeiro sofre grande influência dos acontecimentos diários. Analisando uma série de retornos financeiros, que pode ser usualmente representada como uma série temporal, apresenta alternância entre períodos de grande e pequena flutuação dos valores em torno da sua média, formando aglomerados de volatilidade (Veiga et al.,1993).

De acordo com Tsay (2005), apesar do modelo ARCH ser relativamente simples de determinar, uma das suas desvantagens é o facto de requerer muitos parâmetros para descrever adequadamente a evolução da volatilidade. Uma alternativa a este modelo é o modelo generalizado autorregressivo com heteroscedasticidade condicional (GARCH), proposto por Bollerslev (1986), que é uma extensão do modelo ARCH de Engle (1982). O modelo GARCH considera que a variância condicional do processo de erro está relacionada, não apenas com os quadrados dos valores passados dos erros, mas também com a variância condicional passada. O modelo GARCH  $(p,q)$  pode ser apresentado na equação 2.9:

$$y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + u_t$$

$$u_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 \cdots + \alpha_p u_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \quad (2.9)$$

Onde  $\epsilon$  são variáveis aleatórias iid com média igual a zero e variância igual a um, independentes das realizações passadas de  $u_{t-i}$ , os coeficientes  $\alpha_i$ ,  $(i = 1, 2, 3 \dots p)$  e  $\beta_j$ ,  $(j = 1, 2, 3 \dots q)$ . Quando  $q = 0$ , o modelo reduz se a um processo ARCH  $(p)$  e são conhecidos como coeficientes de ARCH e de GARCH, respectivamente. Uma vez que este modelo é mais parcimonioso que um modelo ARCH de ordem elevada e apresenta uma maior estabilidade numérica na estimação, geralmente opta-se por utilizar este tipo de modelo em detrimento do modelo ARCH.

Para garantir que a variância condicional  $\sigma_t^2$ , seja sempre positiva, é necessário de que os parâmetros  $\alpha_0, \alpha_i$  e  $\beta_j$ , cumpram os seguintes condições:  $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0$  e  $\beta_j \geq 0, (i = 1, 2, \dots, p)$  e  $(j = 1, 2, \dots, q)$ .

Para garantir que a variância condicional de  $\sigma_t^2$  seja finita e que o processo seja estacionário é suficiente que a soma dos parâmetros seja inferior a unidade:

$$\sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_j) < 1 \quad (2.10)$$

Como não tem sido fácil modelar um modelo GARCH(p,q), muitas vezes utilizam-se as ordens GARCH(1,1), GARCH(1,2), GARCH(2,1) ou GARCH(2,2). A equação de volatilidade no caso mais simples GARCH(1,1), tem a seguinte forma:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (2.11)$$

Onde os coeficientes  $\alpha_1$  e  $\beta_1$  são não negativos, e o processo  $u_t$  é estacionário se  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ .

### 2.4.3 Modelo exponencial GARCH

Tendo-se verificado que as boas notícias e más notícias têm diferentes impactos na volatilidade futura. Nelson (1991), introduziu o modelo exponencial GARCH (EGARCH) com a capacidade de descrição das diferentes respostas da taxa de rendibilidade aos choques positivos e negativos, sem a necessidade de qualquer restrição paramétrica.

De acordo com Nelson (1991), o modelo EGARCH é utilizado para a variância condicional das inovações de alavancagem, isto é, a correlação negativa entre os rendimentos presentes, a volatilidade futura e uma suposição de distribuição de probabilidade. O modelo EGARCH (p, q) é dado pela seguinte equação:

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left( \left| \frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) + \sum_{i=1}^p \gamma \left( \frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right) + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2) \quad (2.12)$$

Onde  $\epsilon_{t-1} = \frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$  são resíduos estandardizados e  $|\epsilon_{t-1}|$  o seu valor absoluto.

- $\alpha_0$  é constante;
- $\alpha_i$  leva em conta o tamanho do efeito das notícias;
- $\beta_j$  captura a persistência da volatilidade condicional ao longo do tempo; e
- $\gamma$  mede o efeito assimétrico das notícias, implicando o efeito da alavanca.

Tal como foi explicado no modelo GARCH, o modelo EGARCH(1,1), pode ser escrito na forma:

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 \left( \frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) + \gamma \left( \frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right) + \beta_1 \ln(\sigma_{t-1}^2)$$

Tipicamente o  $\gamma$  é negativo quando choques positivos dos retornos geram menos volatilidade, e choques negativos geram maior volatilidade.

Se  $\gamma = 0$  não há efeitos assimétricos na volatilidade dos retornos, isto é, boas notícias e más notícias de mesma magnitude tem o mesmo efeito na volatilidade. Se  $\gamma < 0$  um choque negativo aumentará a volatilidade dos retornos, do que um choque positivo de mesma magnitude. Se  $\gamma > 0$  um choque positivo diminuirá a volatilidade dos retornos.

Segundo Nelson (1991), devido a especificação da volatilidade em termos de transformação logarítmica, não exige restrições nos parâmetros para garantir uma variância positiva. A condição suficiente para estacionariedade é  $\beta_1 < 1$ .

# Capítulo 3

## Material e métodos

### 3.1 Material

Para a realização deste trabalho, utilizou-se uma base de dados secundária referente a série temporal dos preços das exportações mensais de energia eléctrica em milhões de dólares americanos, referentes ao período de Janeiro de 2011 a Junho de 2023 que corresponde a 150 observações. A base de dados foi obtida no Banco de Moçambique através do site do <sup>1</sup>. Os dados foram processados com o auxílio do pacote estatístico EViews 11, para a digitação do texto foi usado o software  $\text{\LaTeX}$ . Para efeito da análise dos resultados foi escolhido o nível de significância de 5%.

### 3.2 Métodos

#### 3.2.1 Testes preliminares das séries temporais

##### Teste de raiz unitária

Segundo Barros (2003), existem vários testes formais que permitem analisar a questão de ordem de integração de uma série observada  $y_t$ . Estes testes são geralmente conhecidos como testes de estacionalidade, ou teste da raiz unitária. Para testar a presença de raiz unitária na série, utilizou-se o teste de Dickey e Fuller Aumentado (ADF), baseado na seguinte regressão para a variável  $y_t$  :

$$\Delta y_t = \mu_0 + \delta_t + (\rho - 1)y_{t-1} + \sum_{k=1}^p \beta_k \Delta y_{t-k} + \varepsilon_t \quad (3.1)$$

Onde  $\mu_0$  é o intercepto,  $\delta_t$  é o termo de tendência,  $\rho$  é o coeficiente de auto regressão,  $\beta_k$  é o coeficiente das diferenças desfasadas e o  $\varepsilon_t$  é o termo de erro.

---

<sup>1</sup>[www.bm.mz](http://www.bm.mz)

O teste de Dickey Fuller Aumentado tem como hipóteses:

$H_0$ : A série possui raiz unitária

$H_1$ : A série não possui raiz unitária;

Para testar a hipótese de que a série tem uma raiz unitária (ou seja, é não estacionária), reescrevendo o termo  $(\rho - 1)y_{t-1}$  como  $\theta y_{t-1}$ , onde  $\theta = \rho - 1$ . A estatística do teste é dada por:

$$ADF = \frac{\hat{\theta}}{SE(\hat{\theta})}$$

Onde  $\theta$  é a estimativa do coeficiente  $\theta$  e  $SE(\hat{\theta})$  é o erro padrão da estimativa. Sendo que rejeita-se a hipótese nula quando o  $p$ -value  $< \alpha$ .

### Teste de normalidade

Para testar a não-normalidade de uma série, utiliza-se o teste de normalidade de Jarque-Bera, (Jarque e Bera, 1980). O teste de Jarque e Bera (JB), compara o terceiro e quarto momentos conjuntamente com os da distribuição normal quando a assimetria é igual a zero e curtose igual a três.

Seja  $y_t$  uma variável aleatória com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . A assimetria e curtose da variável  $y_t$  são definidas pelas equações:

$$S(y_t) = \frac{E(y_t - \mu)^3}{\sigma^3}, \quad K(y_t) = \frac{E(y_t - \mu)^4}{\sigma^4}$$

As estimativas amostrais são obtidas pelas seguintes fórmulas:

$$\hat{S} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^3}{\sigma^3}, \quad \hat{K} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^4}{\sigma^4}$$

Sendo  $\hat{S} \sim N\left(0, \frac{6}{N}\right)$  e  $\hat{K} \sim N\left(3, \frac{24}{N}\right)$ , a estatística de teste de Jarque-Bera é dada pela equação:

$$JB = N \times \left( \frac{s^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right) \sim \chi^2 \quad (3.2)$$

O teste de Jarque-Bera tem como hipóteses:

$H_0$ : Os dados seguem uma distribuição normal;

$H_1$ : Os dados não seguem uma distribuição normal.

O teste JB rejeita a hipótese nula para um nível de significância  $\alpha$  se o valor do teste  $JB > \chi_{1-\alpha,2}^2$  ou se o valor do p-value for menor que o valor do  $\alpha$  escolhido.

### Teste de autocorrelação

Segundo Pires (2001), a qualidade de ajuste de um modelo pode medir-se através da análise das correspondentes estimativas dos resíduos. Para verificar se os resíduos apresentam autocorrelação serial realiza-se o teste de significância conjunta das  $m$  primeiras auto correlações que passam a chamar-se a estatística  $Q$  de Ljung e Box, e que tem maior probabilidade de rejeitar a hipótese nula, no caso de pequenas amostras. As hipóteses de teste são dadas por:

$H_0: \rho(1) = \rho(2) = \dots = \rho(m) = 0$ ; onde  $i = 1, 2, \dots, m$

$H_1$ : Pelo menos um  $\rho(k) \neq 0$ .

A estatística de teste de Ljung-Box é definida pela equação:

$$Q(k) = N(N + 2) \sum_{i=1}^m (N - i)^{-1} \rho_i^2 \quad (3.3)$$

Onde  $N$  é o tamanho da amostra e  $\rho_i^2$  é o estimador da  $i$ -ésima autocorrelação. E rejeita-se a hipótese nula para um nível de significância  $\alpha$  se  $Q(k) > \chi_k^2$  ou quando p-value  $\leq \alpha$ .

### 3.2.2 Teste do efeito ARCH nos resíduos

Para testar a presença do efeito ARCH, Engle propôs o teste Multiplicador de Lagrange (ML). Engle (1982) mostra que a estatística pode ser calculada a partir do produto  $N \times R^2 \sim \chi_p^2$ , onde  $N$  representa o número de observações e  $R^2$  é o coeficiente de determinação da regressão e  $p$  é o número de defasagens consideradas no modelo para capturar a dependência condicional da variância:

$$u_t^2 = c + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2 \quad (3.4)$$

Onde:

$u_t^2$  é o quadrado do termo de erro no tempo  $t$ ;

$u_{t-1}^2$  é o quadrado do termo de erro no tempo  $t-1$ ;

As hipóteses para o teste ML são as seguintes:

$H_0$ : Não existe efeito arch nos quadrados dos resíduos

$H_1$ : Existe efeito arch nos quadrados dos resíduos.

Rejeita-se a  $H_0$  quando  $NR^2 > \chi_{(p,\alpha)}^2$

### 3.2.3 Estimação dos modelos ARCH

Segundo Engle (1982), os modelos ARCH são muito utilizados em séries temporais financeiras, para a modelação das actividades já que os modelos lineares não se mostraram eficientes afim de explicar características presentes nesses tipos de séries. A construção de um modelo ARCH segue as seguintes etapas:

#### Identificação

Segundo Engle (1982), o primeiro passo para uma modelação ARCH consiste em ajustar um modelo ARMA (p, q), por forma a remover a correlação serial entre as observações. O passo seguinte é a verificação da presença de heteroscedasticidade condicional, nos resíduos obtidos da equação da média condicional utilizando o teste de multiplicador de Lagrange. A identificação dos parâmetros  $p$  e  $q$ , em geral, é feita usando a função de autocorrelação e a função de autocorrelação parcial, pois, a análise destas funções indica a existência de uma dependência linear entre as observações e, portanto, fornecem indícios de qual modelo é mais apropriado, conforme discutido por Box e Jenkins (1976).

#### Estimação

A estimação dos parâmetros do modelo ARCH é realizada pelo método da máxima verossimilhança (MLE). Este método é essencial, pois as funções a otimizar são não lineares em relação aos parâmetros, exigindo portanto, a utilização de métodos de optimização numérica. Considerando que  $u_t = \epsilon_t \sigma_t$  e assumindo que  $\epsilon_t \sim N(0; 1)$ , pode-se afirmar que :

$$u_t | \Omega_{t-1} \sim N(0; \sigma_t^2)$$

A função densidade condicionada dos erros é igual a:

$$f(\theta_t | \sigma_t^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{u_t^2}{2\sigma_t^2}\right) \quad (3.5)$$

Onde  $\theta$  representa os parâmetros da função densidade condicional,  $u_t$  representa choque ou erro no período  $t$  e  $\sigma_t^2$  a variância condicional.

Ao aplicar o logaritmo à função de densidade, obtêm-se a função logarítmica de verossimilhança condicional:

$$l_t(\theta) = -\frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) - \frac{u_t^2}{2\sigma_t^2} \quad (3.6)$$

A função logarítmica de verossimilhança condicional da amostra é simplesmente a soma destas funções de verossimilhança de cada observação de  $t - 1$  até  $N$ :

$$L(y_1, \dots, y_N; \theta) = \sum_{t=1}^N l_t(\theta) \quad (3.7)$$

As condições da primeira e segunda ordem são:

1. Para os parâmetros  $\theta$  (que podem incluir, por exemplo, os coeficientes do modelo)

$$\sum_{t=1}^N \frac{\partial l_t(\theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (3.8)$$

2. Para a variância condicional  $\sigma^2$ :

$$\sum_{t=1}^N \frac{\partial l_t(\sigma^2)}{\partial \sigma^2} = 0 \quad (3.9)$$

Que são não lineares nos parâmetros, pelo que se deve recorrer a algoritmos de optimização numérica, similares aos que se usam para estimar um ARMA( $p, q$ ). O procedimento oferece estimações consistentes e assintoticamente normal, o que permite levar a cabo testes assintóticos da maneira habitual: Para a matriz de variâncias-covariâncias, usa-se um estimador (existente vários tipos) da inversa da matriz de informação, a qual se deriva da matriz das segundas derivadas da função de máxima verossimilhança respeitante aos parâmetros (Franses e Vandijk, 2000).

Segundo Hamilton (1994), a optimização iterativa para estimação de máxima verossimilhança em modelos não lineares pode ser alcançada com métodos como o de Newton - Raphson ou o algoritmo BHHH. A ideia Central desses métodos é ajustar iterativamente os parâmetros até que a diferença entre as estimativas sucessivas se tornem insignificantes, indicando a convergência para o valor óptimo.

O método de Newton - Raphson é descrito pela seguinte equação iterativa:

$$\theta_i = \theta_{i-1} + \gamma H(\theta_{i-1})^{-1} * S(\theta_{i-1})$$

Onde:  $\theta_i$  é o vector de parâmetros estimados na  $i$ -ésima iteração,  $\gamma$  é um vector de ajuste (escalar) que controla o passo entre as iterações,  $H(\theta_{i-1})^{-1}$  é a matriz Hessiana da função log-verossimilhança calculada na iteração anterior  $i - 1$  e  $S(\theta_{i-1})$  é o vector gradiente (ou score) da função log-verossimilhança na mesma iteração.

A convergência é geralmente alcançada quando a diferença  $|\theta_i - \theta_{i-1}|$  é menor que o limite pré definido como 0,0001. essa condição garante que a função verossimilhança esteja maximizada e que os parâmetros obtidos sejam estimativas óptimas para o modelo em questão.

### Diagnóstico do modelo ARCH

Segundo Fisher (1982), identificado um modelo e estimados os seus parâmetros, deve ser efectuada a avaliação do modelo tendo em conta os seguintes aspectos:

- Análise da significância estatística de cada um dos parâmetros ARCH estimados. Caso o módulo do rácio  $t = \frac{\hat{\beta}_i}{se(\hat{\beta}_i)}$ , de cada coeficiente estimado, for maior que t-crítico ou, se p-value for inferior que o nível de significância de 5% então considera-se o coeficiente estimado estatisticamente significativo, pelo que o coeficiente deve permanecer no modelo.
- Análise dos resíduos padronizados  $\hat{\epsilon}_t = \frac{\hat{u}_t}{\hat{\sigma}_t}$ , onde  $\hat{\epsilon}_t$  e  $\hat{\sigma}_t$  representam respectivamente os valores dos resíduos do modelo ARCH ajustado e a estimativa da variância condicional em cada instante, que deverão satisfazer os seguintes critérios:
  1. Serem não correlacionados - através da análise das funções de autocorrelações dos resíduos ou do teste formal de Ljung-Box.
  2. Serem desprovidos de qualquer efeito ARCH, o que será testado recorrendo ao teste de Multiplicadores de Lagrange;
  3. Análise dos coeficientes de curtose e assimetria dos resíduos padronizados permite verificar a validade da hipótese da distribuição admitida. Se os resíduos seguem uma distribuição normal, então os seus coeficientes de curtose e de assimetria devem ser 3 e 0 respetivamente. Esta hipótese pode ser testada através de um teste de normalidade como o de Jarque-Bera.

### 3.2.4 Critérios de selecção dos modelos

Segundo Murteira et al. (1993), na possibilidade de existirem vários modelos que podem descrever de forma satisfatória uma série temporal, a escolha do melhor modelo é feita recorrendo-se a diversos critérios baseados em estatísticas a partir da série residual correspondente a um determinado modelo ajustado ou nos erros de previsão produzidos por esses modelos.

Segundo Bezerra (2006), o Critério de Informação de Akaike (AIC) e o Critério de Informação Bayeziano de Schwartz (BIC) levam em conta não só a qualidade do ajuste, ou minimização da variância dos resíduos, mas também penalizam a inclusão de parâmetros extras, e são os mais utilizados em análise das séries temporais. Neste estudo, para a selecção do melhor modelo será utilizado o critério de informação de Akaike e o critério de informação de Schwartz.

1. **Critério de Informação de Akaike (AIC):** foi proposto por Akaike em 1973, e é dado pela equação:

$$AIC = -2 \log(\hat{L}) + 2p \quad (3.10)$$

Onde  $\hat{L}$  é o valor da função de log verosimilhança e  $p$  é o número de parâmetros do modelo.

2. **Critério de Informação de Schwartz (BIC):** proposto por Schwartz em 1973 e é dado pela seguinte equação:

$$BIC = -2 \log(\hat{L}) + p \log(N) \quad (3.11)$$

Onde  $\hat{L}$  é o valor da função de log verosimilhança maximizada,  $p$  é o número de parâmetros do modelo,  $N$  é o número de observações da amostra.

Segundo Ehlers (2004), estas medidas não tem nenhum significado quando observadas individualmente, isto é, considerando-se um único modelo. Sendo tanto o AIC quanto o BIC deverão ser menores possíveis podendo assumir quaisquer valores, inclusive valores negativos, já que eles dependem da forma da função de verosimilhança.

De salientar que estes critérios apenas comparam modelos, e tal comparação precisa ser feita no mesmo período amostral, não devendo ser utilizados como ferramenta isolada para a conclusão de um bom modelo.

### 3.2.5 Previsões e medidas de desempenho das previsões

De forma a medir a qualidade das previsões através do modelo, é habitual calcular se algumas medidas estatísticas, como por exemplo a raiz do erro quadrático médio (REQM), o erro absoluto médio (EAM), o erro absoluto médio percentual (EAMP) e o Coeficiente de desigualdade de Theil (CDT).

#### 1. Erro absoluto Médio

$$EAM = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\hat{\sigma}_i - \sigma_i| \quad (3.12)$$

#### 2. Raiz do erro quadrático médio

$$REQM = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\sigma}_i - \sigma_i)^2} \quad (3.13)$$

#### 3. Erro médio percentual

$$EAMP = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{\hat{\sigma}_i - \sigma_i}{\sigma_i} \right| \quad (3.14)$$

#### 4. Coeficiente de desigualdade de Theil

$$CDT = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{\sigma}_i - \sigma_i)^2}{\sum_{i=1}^N (\hat{\sigma}_{i-1} - \sigma_i)^2} \quad (3.15)$$

Onde:  $\hat{\sigma}_i$  é a variância prevista,  $\sigma$  é a variância actual e  $N$  é o tamanho da amostra.

As estatísticas de REQM e EAM, dependem da escala de medida da variável dependente. São usadas como medidas relativas para comparar a qualidade de ajuste da previsão, para a mesma série em diferentes modelos, quanto menor o erro, melhor a habilidade preditiva do modelo. As estatísticas de EAMP e CDT, são invariantes em relação a escala de medida da variável dependente. O coeficiente de Theil sempre situa-se entre 0 e 1, onde 0 indica um perfeito ajuste.

# Capítulo 4

## Resultados e discussão

No presente capítulo, são apresentados os resultados e discussão da análise da volatilidade dos preços das exportações mensais de energia eléctrica. Uma condição básica para aplicação dos modelos Auto Regressivos com Heteroscedasticidade Condicional, é que as séries temporais em estudo apresentem volatilidade condicional, e não apresentem tendência ou sazonalidade.

### 4.1 Análise descritiva da série temporal em estudo

A representação gráfica dos dados é um passo fundamental na identificação do comportamento de uma série temporal. A tabela 4.1 apresenta as estatísticas descritivas da série em estudo no período de Janeiro de 2011 a Junho de 2023, que corresponde a uma amostra de 150 observações.

Segundo os resultados da tabela 4.1, observa-se que a série dos preços das exportações mensais de energia eléctrica é leptocúrtica, visto que o coeficiente de curtose é superior a 3, o valor médio foi de aproximadamente igual a 33 milhões de dólares por mês, e a série apresenta uma assimetria a direita. O valor máximo observado foi de 109 milhões de dólares e o valor mínimo foi de 8 milhões de dólares. Relativamente ao teste de normalidade de Jarque – Bera, com um p-value inferior ao nível de significância estabelecido de 5%, a normalidade da série em estudo é rejeitada.

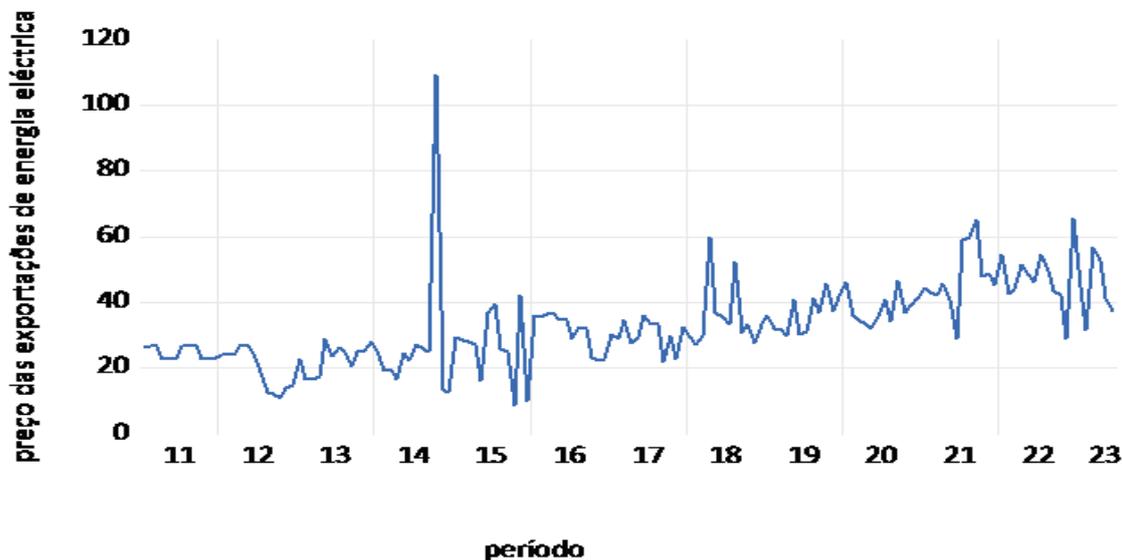
Para identificar os modelos adequados, deve-se primeiro examinar o comportamento no gráfico da evolução temporal da série em estudo e comprovar a estacionalidade.

Observando a figura 4.1, pode se notar a variação mensal dos preços das exportações de energia eléctrica, no período de Janeiro de 2011 a Junho de 2023, onde se observa que a série apresenta uma tendência ligeiramente crescente ao longo do horizonte temporal, sugerindo a não estacionalidade da série em estudo.

Diante disso, procurou-se verificar se esta observação era correcta, tendo em vista que a análise visual não é confirmatória.

**Tabela 4.1:** Estatísticas descritivas da série das exportações mensais de energia eléctrica

Estatísticas	Valor
Média	32.8292
Mediana	30.3945
Máximo	109.0560
Mínimo	8.4933
Desvio padrão	13.0296
Coefficiente de assimetria	1.6116
Coefficiente de curtose	9.7625
Jarque-Bera	350.7600
P-valor (Jarque- Bera)	0.0000



**Figura 4.1:** Comportamento da série dos preços das exportações mensais de energia eléctrica no período de Janeiro de 2011 a Junho de 2023.

Para verificar se há ou não estacionalidade na série dos preços das exportações mensais de energia eléctrica, foi realizado um teste Aumentado de Dickey e Fuller. Como é possível observar na tabela 4.2, os resultados do teste ADF comprovam que a série em estudo não é estacionária apresentando raiz unitária, pois, não se

rejeita a hipótese nula da presença de raiz unitária a um nível de significância de 5%.

**Tabela 4.2:** Resultado do teste de raiz unitária de Dickey-Fuller aumentado da série em nível

		Estatística t	P value
Estatística de teste de Dickey-Fuller aumentado		-2.5365	0.1090
Valores crítico do teste	1% level	-3,4755	
	5% level	-2.8813	
	10% level	-2.5774	

Um passo fundamental para o estudo na análise das séries temporais como neste caso em que a série não é estacionária, é transformar a série dos preços das exportações em série de retornos. Realizando-se o teste ADF para os retornos observa-se na tabela 4.3 que, a um nível de significância estabelecida de 5% rejeita se a hipótese nula de presença de raiz unitária porque  $p - value = 0,000 \leq 0.05$ . Dessa maneira pode-se dizer que a série de retorno dos preços das exportações apresenta uma tendência de reversão à média. Após a verificação da ausência da raiz unitária na série dos retornos, procede-se com a estimação dos coeficientes de modelos da classe ARIMA.

**Tabela 4.3:** Teste de raiz unitária de Dickey-Fuller aumentado para os retornos

		Estatística t	P value
Estatística de teste de Dickey-Fuller aumentado		-9.9415	0.0000
Valores crítico do teste	1% level	-3.4758	
	5% level	-2.8814	
	10% level	-2.5774	

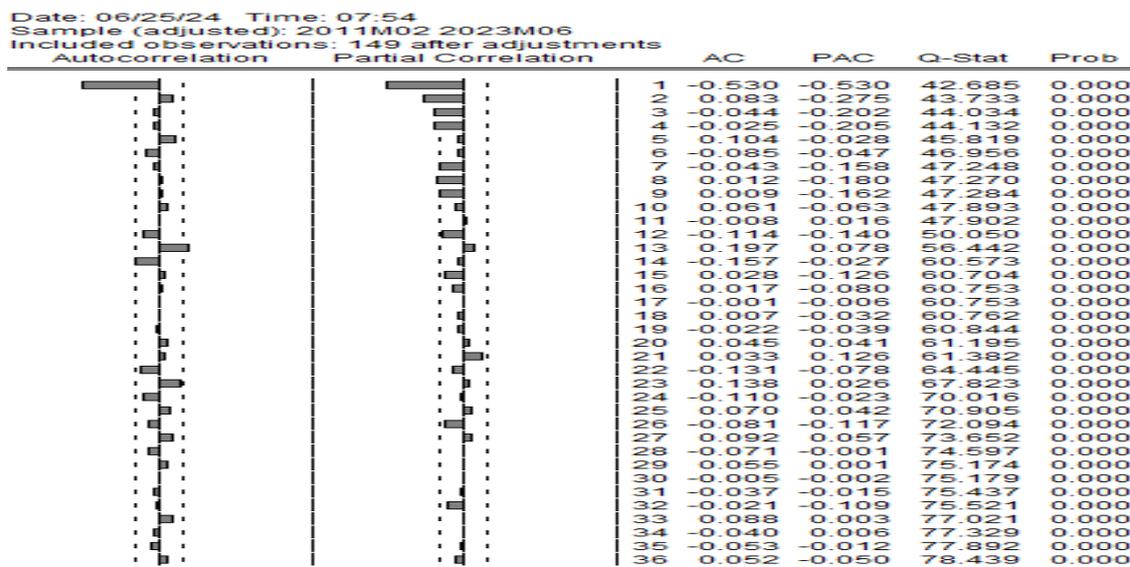
## 4.2 Resultados de modelos da classe ARIMA

### 4.2.1 Especificação e estimação do modelo ARIMA

Na etapa de estimação são estabelecidos os possíveis parâmetros por meio do comportamento da série nos correlogramas da FAC e FACP da série já estacionária utilizando os valores estatisticamente significativos. Na fase de verificação, a análise do modelo consiste em verificar maiores valores de log- verossimilhança e os menores valores para os critérios AIC e BIC, tendo em vista que, estes critérios tem por objectivo ajudar

a escolher o melhor modelo se for estimado mais de um modelo.

Analisando o correlograma abaixo, observa-se que na função de autocorrelação a primeira e a décima terceira defasagem são estatisticamente significativas, visto que os seus valores encontram-se fora do intervalo de confiança de 95%, de igual modo para a função de autocorrelação parcial as defasagens 1,2,3 e 4 são estatisticamente significativas.



**Figura 4.2:** Correlograma da FAC e FACP da série dos retornos dos preços das exportações mensais de energia.

Com o auxílio do correlograma, foram estimados os seguintes modelos: AR (1), AR (2), AR (3), AR (4), ARIMA (1,0,1) e ARIMA (1,0,2). Sendo que somente os modelos AR(1) e ARIMA (1,0,2) foram selecionados para futuras análises, visto que apresentam todos os parâmetros significativos ao nível de significância de 5%, como ilustra a tabela 4.4.

**Tabela 4.4:** Resultado do modelo ARIMA das exportações mensais de energia eléctrica

Modelo		Coefficiente	Estatístico t	p-value	AIC	$R^2$ ajustado	LL
AR (1)	$\beta_1$	-0.5266	-18.1062	0.0000	9.8706	0.2711	-732.3736
ARIMA (1,0,2)	c	0.6141	8.0890	0.0000	9.6438	0.4397	-714.4488
	$\beta_1$	-0.9562	-18.4442	0.0000			
	$\theta_2$	-0.9852	-10.4509	0.0000			

Utilizando os valores de log-verossimilhança e AIC, e analisando o coeficiente de determinação, encontrou-se o modelo mais adequado. Sabendo que o modelo que melhor ajusta a série dos preços das exportações

mensais de energia eléctrica é o que apresenta maior valor de log-verossimilhança, menor valor de AIC e um valor do coeficiente de determinação alto, conclui-se que o modelo mais adequado a série foi o ARIMA (1, 0, 2) com valores para AIC de 9,6438, e para log- verossimilhança de -714,4488 e  $R^2$  ajustado 0,4397.

A equação estimada do modelo ARIMA (1,0,2) é dada pela equação:

$$r_t = 0.6141 - 0.9562 * r_{t-1} - 0.9852 * u_{t-2}$$

## 4.2.2 Diagnóstico do modelo ARIMA (1,0,2)

Após seleccionado o modelo ARIMA (1,0,2), como o melhor para a série dos preços das exportações mensais de energia eléctrica, o passo a seguir é a análise residual do modelo. Onde foi feita a verificação se os resíduos do modelo estimado são independentes e se a variância é constante.

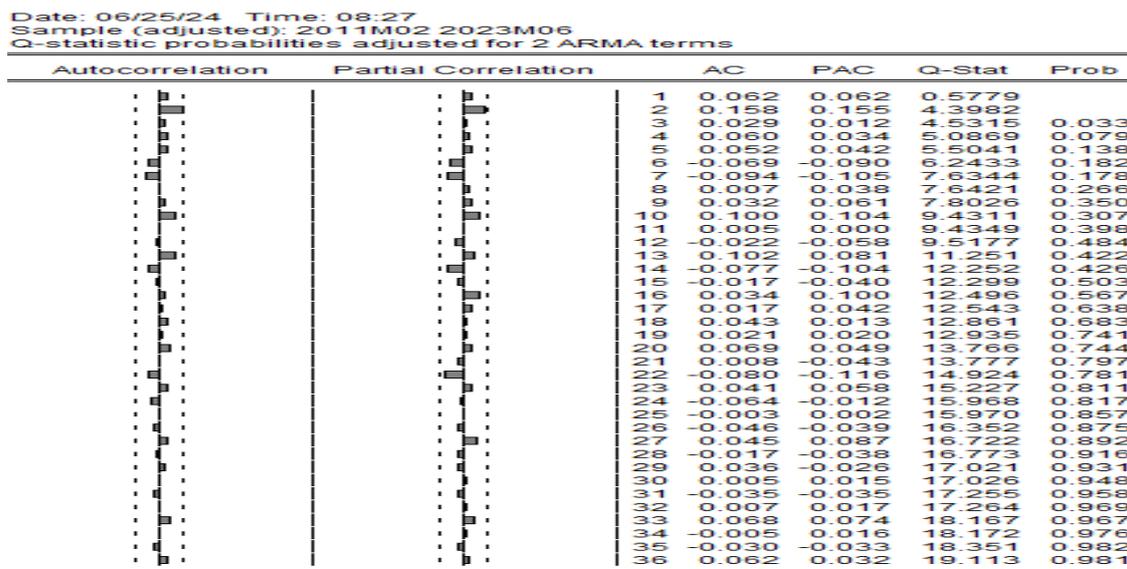


Figura 4.3: Correlograma dos resíduos do modelo ARIMA (1, 0, 2).

Analisando o correlograma da figura 4.3, e atendendo às duas últimas colunas que representam, respectivamente a estatística Q de Ljung-Box e os seus p-value, verifica-se que a hipótese nula de não autocorrelação não é rejeitada, pelo que o modelo ARIMA (1,0,2), capta a dependência linear na média, visto que as funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial não apresentam coeficientes estimados estatisticamente significativos, dado que o p-value é maior que o nível de significância de 5%. Sugerindo que os resíduos da série dos preços das exportações de energia eléctrica são um ruído branco.

O teste de heteroscedasticidade foi utilizado para verificar se a variância dos resíduos é homocedástica.

Verificar e garantir a homoscedasticidade dos resíduos é crucial para a validade das inferências derivadas dos modelos ARIMA, sendo que a presença de heteroscedasticidade pode indicar a necessidade de modelos alternativos como por exemplo os modelos da classe ARCH.

**Tabela 4.5:** Teste de heteroscedasticidade dos resíduos

estatística F		7.3268	Prob. F (1,146)	0.0076
valor de ML		7.0723	Prob. $\chi^2$ (1)	0.0078
Variáveis	Coefficientes	Erro padrão	Estatística t	p-value
C	653.4153	197.9646	3.3007	0.0012
$u_{t-1}^2$	0.2185	0.0807	2.7068	0.0076

A tabela 4.5 apresenta o valor de Multiplicador de Lagrange (LM), sob a hipótese nula de que a variância dos resíduos do modelo da série dos preços das exportações mensais de energia eléctrica é homoscedástica. O teste LM de efeito Arch confirma a existência do efeito ARCH nos resíduos do modelo ARIMA, ou seja há heteroscedasticidade condicional para todas as defasagens de resíduos, visto que o p-value é menor que o nível de significância estabelecido de 5%. Desta forma pode-se dizer que o modelo ARIMA (1, 0, 2) não ajusta bem os dados que constituem a série, e pode-se então estimar os modelos da classe ARCH incluído os modelos assimétricos.

Desta forma, tendo em conta os valores e resultados obtidos em todos os testes, a opção tomada para modelar a dependência da volatilidade dos preços das exportações mensais de energia eléctrica foi dos modelos da classe ARCH, que incorporam o comportamento dos resíduos quando apresentam heteroscedasticidade.

## 4.3 Resultados dos modelos da classe ARCH

### 4.3.1 Resultados da estimação dos modelos da classe ARCH

Após a confirmação da existência do efeito ARCH, procedeu-se com a estimação dos parâmetros dos modelos da classe ARCH. A tabela 4.6, apresenta as estimativas de 3 modelos, ARCH (1), EGARCH (2,3) e EGARCH (3,2). Para a estimação dos parâmetros da variância condicional, foi utilizado o modelo ARIMA (1,0,2) que permitiu capturar adequadamente a estrutura da dependência temporal dos dados. As equações da média condicional para os modelos ARCH (1), EGARCH (2,3) e EGARCH (3,2) estão apresentados na equação 4.1:

$$y_t = 0.6054 - 0.9190y_{t-1} - 0.9501u_{t-2}$$

$$y_t = 0.3614 - 0.7813y_{t-1} - 0.7013u_{t-2}$$

$$y_t = 0.6956 - 0.9252y_{t-1} - 0.8460u_{t-2}$$

**Tabela 4.6:** Resultados dos modelos da classe ARCH

Modelos	Variáveis	Coefficientes	E padrão	Estatística Z	Probabilidade
ARCH (1)	c	612.8751	47.9669	12.7770	0.0000
	$\alpha_1$	0.2601	0.1230	2.1133	0.0346
EGARCH (2,3)	c	1.3097	0.2021	6.4813	0.0000
	$\alpha_1$	0.9110	0.1765	5.1615	0.0000
	$\alpha_2$	0.2871	0.0955	3.0070	0.0026
	$\beta_1$	-0.2489	0.0824	-3.0223	0.0025
	$\beta_2$	0.2728	0.0148	18.4412	0.0000
	$\beta_3$	-0.4378	0.0329	-13.3052	0.0000
	$\gamma$	0.8071	0.0102	79.3141	0.0000
EGARCH (3,2)	c	5.5406	0.2120	26.1340	0.0000
	$\alpha_1$	0.4810	0.0135	35.6080	0.0000
	$\alpha_2$	0.5951	0.0278	21.3799	0.0000
	$\alpha_3$	0.4014	0.0270	14.8703	0.0000
	$\beta_1$	-0.2508	0.0331	-7.5774	0.0000
	$\beta_2$	0.5927	0.0000	1428807.0000	0.0000
	$\gamma$	-0.7742	0.0001	-13651.6900	0.0000

Para o modelo ARCH (1), verifica-se que a volatilidade não é altamente persistente, visto que  $\alpha_1$  não é próxima a unidade, e o mesmo modelo é estacionário e a variância é estável ao longo do tempo.

O modelo EGARCH permite uma resposta assimétrica a variações positivas e negativas de um choque da mesma magnitude. Analisando os resultados dos modelos estimados EGARCH (3,2) e EGARCH (2,3) verifica-se que todos os coeficientes estimados são estatisticamente significativos a um nível de significância estabelecido de 5%.

Para o modelo EGARCH (2,3), a persistência de choques é baixa, visto que a soma dos coeficientes  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$  não é próxima a unidade, sendo o parâmetro  $\gamma$  positivo e diferente de zero, pode se afirmar que há presença do efeito de alavanca (leverage effect) na série dos preços das exportações de energia eléctrica, o que significa que a volatilidade diminui com choques positivos. Enquanto que, para o modelo EGARCH

(3,2), a persistência de choques é baixa, visto que a soma dos coeficientes  $\beta_1$  e  $\beta_2$  não é próxima a unidade, sendo o parâmetro  $\gamma$  negativo e diferente de zero, pode se afirmar que há presença do efeito de alavanca na série dos preços das exportações de energia eléctrica, o que significa que a volatilidade aumenta com choques negativos.

### 4.3.2 Diagnóstico dos resíduos dos modelos da classe ARCH

Depois da estimação dos modelos, procede-se com o diagnóstico dos modelos estimados ARCH (1), EGARCH (2,3) e EGARCH (3,2). Verifica-se na tabela 4.7 que, para os modelos ARCH (1), EGARCH (2,3) e EGARCH (3,2) a um nível de significância de 5%, que não se rejeita a hipótese nula de que os resíduos até o lag 36 não apresentam autocorrelações significativas, isto é, são iguais a zero, visto que os valores de Q até o lag 36 não são estatisticamente significativos dado que  $Q = 28.154$ ,  $Q = 31.6850$  e  $Q = 30.4630$  são menores que o  $\chi_{36,0.05}^2 = 50.9985$  e os valores de p-value são maiores que o nível de significância. Deste modo pode se afirmar que os resíduos são não correlacionados, e consequentemente os resíduos são um ruído branco.

**Tabela 4.7:** Teste de autocorrelação dos resíduos

Modelos	Nível de significância	$Q_{36}$	P value
ARCH (1)	5%	28.1540	0.7490
EGARCH (2,3)	5%	31.6850	0.5820
EGARCH (3,2)	5%	30.4630	0.6420

Com base na tabela 4.8, a um nível de significância de 5%, observa-se que os resíduos não seguem uma distribuição normal uma vez que a aplicação do teste de Jarque-Bera conduz a rejeição da hipótese nula de normalidade dos resíduos, visto que o valor de p-value = 0.000 é menor que 5% para todos os modelos estimados.

**Tabela 4.8:** Teste de Jarque-Bera de normalidade dos resíduos

Modelos	Assimetria	Curtose	JB	P-value
ARCH (1)	0.4922	11.9236	497.0328	0.0000
EGARCH (2,3)	0.1680	5.9711	55.1333	0.0000
EGARCH (3,2)	-0.1562	3.9619	6.3077	0.0427

Analisando a tabela 4.9, verifica-se que para o modelo EGARCH (2,3) a um nível de significância de 5% rejeita-se a hipótese nula de ausência de heteroscedasticidade condicional. E para o ARCH(1) e EGARCH

(3,2) não se rejeita a hipótese nula de ausência de heteroscedasticidade condicional, e pode-se afirmar que o modelo ARMA(1,2) – ARCH(1) e ARMA (1,2) - EGARCH (3,2) são os mais adequados para descrever os dados da série dos preços das exportações mensais de energia eléctrica pois, os seus resíduos são independentes e com variância constante.

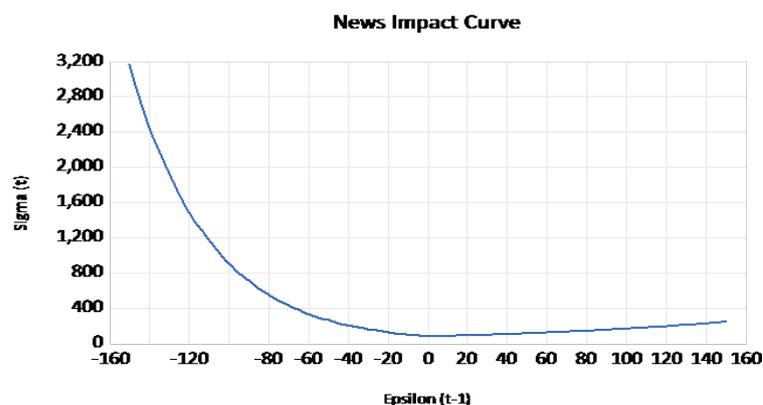
**Tabela 4.9:** Teste de heteroscedasticidade dos resíduos para os modelos ARCH (1) EGARCH (2,3) e EGARCH (3,2)

	Variáveis	Coefficientes	E padrão	Estatística t	P-value
ARCH (1)	C	1.0210	0.2877	3.5483	0.0005
	$RESID^2(-1)$	-0.0176	0.083	-0.2131	0.8315
EGARCH (2,3)	C	653.453	197.964	3.300677	0.0012
	$RESID^2(-1)$	0.218505	0.080724	2.706817	0.0076
EGARCH (3,2)	C	1.32972	0.209866	6.336092	0.000
	$RESID^2(-1)$	-0.044295	0.082939	-0.534062	0.5941

**Tabela 4.10:** Comparação dos modelos estimados

Modelos	$R^2$	$R^2$ ajustado	AIC	BIC	Log Verossimilhança	Durbin Watson
ARCH (1)	0.4565	0.4490	9.5289	9.6301	-700.1407	1.9277
EGARCH (3,2)	0.4329	0.4251	9.0450	9.2576	-659.3329	1.8990

Para saber qual dos modelos descreve bem o comportamento da série dos preços das exportações mensais de energia eléctrica, utiliza-se os critérios de informação de Akaike (AIC) e de Schwartz (BIC). Observando a tabela 4.10, o modelo EGARCH (3,2) é o melhor entre os estimados para descrever a série dos preços das exportações mensais de energia eléctrica, visto que apresenta os menores valores de AIC e BIC.



**Figura 4.4:** Curva de Impacto das notícias do modelo EGARCH (3,2)

O conceito de curva de impacto de notícias serve para representar a resposta da volatilidade a choques nos valores de retornos dos preços. Observando a curva da figura 4.4, pode-se constatar que a resposta aos choques distribuiu-se de forma assimétrica, visto que um choque positivo produz um efeito diferenciado de um choque negativo. Com um valor negativo de  $\gamma$  igual a  $-0.77415$  significa que choques negativos têm um impacto maior na volatilidade futura do que choques positivos, como a figura 4.4, ilustra.

Portanto, o resultado do modelo sugere que uma queda nos preços das exportações de energia elétrica resulta em um aumento maior na volatilidade do que um aumento nos preços das exportações de energia elétrica da mesma magnitude, indicando maior resposta a choques negativos comparativamente a choques positivos.

### 4.3.3 Medidas de desempenho das previsões

Depois de estimado um modelo e efectuado o diagnóstico a última etapa traduz-se em efectuar previsões com base nesse modelo. Se o modelo encontrado for apropriado para descrever os dados, é possível prever valores futuros através do mesmo. Para medir a qualidade das previsões foram calculados as estatísticas de desempenho EMA,REQM, EAMP, CDT, das estimativas do modelo ou previsões dentro da amostra

Considerando os resultados dos critérios de selecção propostos no trabalho, o modelo EGARCH (3,2), apresentou melhor desempenho, visto que o mesmo mostrou menores valores de EMA,REQM, EAMP e CDT, desta forma o modelo EGARCH (3,2) é mais adequado para descrever a previsão da série do preço das exportações mensais de energia elétrica.

**Tabela 4.11:** Valores do desempenho das previsões do modelo EGARCH (3,2)

Estatísticas de Previsão	EGARCH(3,2)
EAM	3.1158
REQM	3.7086
EAMP	117.2289
CDT	0.1690

Pode-se verificar também que, o valor do coeficiente de desigualdade de Theil (CDT) com um valor de 0.1690 mostra que o modelo de previsão tem um desempenho relativamente bom, mais ainda existem diferenças entre os valores reais e os previstos nos preços das exportações mensais de energia elétrica.

Tendo se verificado de que o modelo EGARCH(3,2) apresenta boas previsões dentro da amostra, foram obtidas previsões fora da amostra para um horizonte de 5 meses como ilustra a tabela 4.12.

**Tabela 4.12:** Previsão dos preços das exportações mensais de energia eléctrica

Data	Valor Real	Valor previsto
1/7/2023	73.6	64
1/8/2023	84.4	67
1/9/2023	60.5	84
1/10/2023	38.5	74
1/11/2023	52.5	66

Analisando os valores na tabela 4.12, pode-se verificar uma tendência crescente até ao mês de Setembro, e decresce até ao mês de Novembro de 2023. E para os valores reais verifica-se uma tendência crescente até ao mês de Agosto. Numa análise comparativa entre os valores previstos e reais dos preços das exportações de energia eléctrica, pode-se verificar uma subestimação dos preços entre os meses de Julho a Agosto de 2023, e uma superestimação dos preços entre os meses de Setembro a Novembro do 2023.

## 4.4 Discussão dos resultados

Para modelar a variância condicional na série dos preços das exportações mensais de energia eléctrica, foram utilizados modelos da classe ARCH. Foram estimados vários modelos, nomeadamente: autoregressivo com heteroscedasticidade condicional ARCH, ARCH Generalizados e Exponencial GARCH de diferentes ordens.

Para este estudo verificou-se que, a volatilidade dos preços das exportações mensais de energia eléctrica comporta-se de forma assimétrica, isto é as curvas de impacto de notícias dos modelos EGARCH (3,2) e EGARCH (3,2) mostram uma resposta desigual aos choques positivos e choques negativos, Esse comportamento é amplamente reconhecido e discutido na literatura, como evidenciado por Garcia (2010) em seu estudo sobre a volatilidade dos preços da electricidade no Mercado Nord Pool. Garcia (2010) verificou que os choques negativos tinham um impacto mais acentuado sobre a volatilidade do que os choques positivos, confirmando a assimetria no comportamento dos preços de energia, um resultado semelhante ao observado no presente trabalho.

O uso de modelos EGARCH de ordem baixa tem-se mostrado uma escolha eficaz em diversos estudos na análise de séries temporais financeiras ou económicas, visto que eles são mais fáceis de estimar, interpretar

e ainda captam a heteroscedasticidade de forma satisfatória. Porém para o presente estudo, foi necessário a inclusão de mais defasagens na equação da variância condicional, isto é, os modelos de ordem alta (EGARCH (3,2) e EGARCH (2,3)) mostraram-se mais flexíveis para capturar a volatilidade nos dados. De forma semelhante, Liu e Pan (2017), aplicaram o modelo GARCH(3,3) para prever a volatilidade no mercado de ações chinês e concluíram que ordens superiores de  $p$  e  $q$  foram mais eficazes em capturar as dinâmicas de volatilidade de longo prazo. Isso demonstra que, embora os modelos de ordem baixa sejam comumente preferidos, modelos de ordem alta podem ser necessários em contextos de volatilidade mais complexa.

De acordo com Nelson (1991), o modelo Exponencial GARCH comparativamente aos modelos ARCH e GARCH, mostra-se melhor, visto que as boas e as más notícias têm impactos diferentes sobre a volatilidade futura. Esse comportamento é semelhante ao observado no presente estudo, onde o modelo EGARCH (3,2) foi considerado o melhor ajuste para a série dos preços mensais de exportações de energia eléctrica. Nelson destaca que o EGARCH, ao contrário dos modelos ARCH e GARCH tradicionais, pode capturar choques de volatilidade negativos e positivos de forma distinta, proporcionando maior precisão nas previsões de volatilidade.

# Capítulo 5

## Conclusões e recomendações

### 5.1 Conclusões

Depois do estudo dos preços das exportações de energia eléctrica, conclui-se que:

- A série dos preços das exportações mensais de energia eléctrica, apresenta uma distribuição leptocurtica e excesso de curtose (Coeficiente de curtose= 9.7625 e Coeficiente de assimetria =1.6116) em relação a distribuição normal, e períodos de alta variabilidade, seguido de períodos de baixa variabilidade, sugerindo desta forma agrupamentos da volatilidade, sendo esta não estacionária em nível, tornando estacionária, depois de primeiras diferenças;
- O modelo EGARCH (3,2) foi o que melhor ajusta os preços das exportações mensais de energia eléctrica para a variância condicional e ARMA(1,2) para a média condicional;
- Em relação a resposta aos choques, o modelo EGARCH (3,2) apresentou o  $\gamma \neq 0$ , significando que os choques negativos e positivos produzem um impacto diferente nos preços de energia eléctrica e como o parâmetro  $\gamma < 0$  isto significa que choques negativos têm um impacto maior na volatilidade dos preços de energia eléctrica do que choques positivos de magnitude semelhante.
- As previsão dos preços das exportações mensais de energia eléctrica no período de Julho de 2023 a Novembro de 2023, utilizando o modelo EGARCH (3,2), apresentaram uma tendência crescente de Julho a Setembro de 2023, e decrescente até Novembro para os valores previstos, enquanto para os valores reais observou-se a mesma tendência, porém para o mês de Julho à Agosto de 2023.

### 5.2 Recomendações

Para futuros trabalhos relacionados com a volatilidade dos preços das exportações mensais de energia eléctrica, recomenda-se a aplicação de outras variantes de modelos assimétricos como por exemplo o QGARCH,

o GJR-GARCH e o TGARCH que podem captar de forma satisfatória os choques passados da volatilidade dos preços das exportações mensais de energia eléctrica.

# Referências

1. Agencia internacional de Energia (2022). *Perspectivas Energéticas Mundiais*.
2. Banco do Desenvolvimento Africano. (2019). Mozambique: Energy Sector Policy Review. *African Development Bank Group*.
3. Banco Mundial (2017). Moçambique: Projetos de energia e desenvolvimento de recursos naturais. *Relatório de Desenvolvimento Mundial*. Banco Mundial.
4. Banco Mundial (2018). O sector energético em Moçambique: Desafios e oportunidades. *Relatório do Banco Mundial*.
5. Banco Mundial. (2021). *A importância da exportação de energia eléctrica para o desenvolvimento económico de Moçambique. Relatório Anual 2021*.
6. Barros, C. P. (2003). *Econometria Aplicada: Fundamentos e Aplicações*. Lisboa: Editorial Presença
7. Bera, A. K., & Higgins, M. L. (1993). ARCH Models: A Survey. *Journal of Economic Surveys*, 7(4), 305–366.
8. Bezerra, M.(2006). The price variability-volume relationship on speculative markets. *Econometrica*, v.51, 485-505.
9. Bollerslev, T. P. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31 (3), 307–327.
10. Bollerslev, T., Engle, R. F., & Nelson, D. B. (1994). ARCH Models. *Handbook of Econometrics*, 4, 2959–3038.
11. Brockwell, P. J., & Davis, R. A. (1996). *Time series: theory and methods*. 2ª ed. New York: Springer.

12. Box, G. E. P., & Jenkins, G. M. (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Holden-Day.
13. Brooks, C. (2008). *Introductory Econometrics for Finance*. 2nd Edition. Cambridge.
14. Carvalho, A. (2020). O sector de energia em Moçambique: desafios e perspectivas. *Revista de Energia e Sustentabilidade*, 15(2), 123-145.
15. Chatfield, C. (2003). *The analysis of time series: an introduction*. 6ª ed. Boca Raton: CRC Press.
16. Conclusões do Conselho Europeu sobre a Energia e a Economia, 20 de outubro de 2022.
17. Comissão Europeia. (2022). *Relatório sobre o mercado de energia na União Europeia*. Second Edition. Macmillan. New York, 1994. desafio às políticas dos bancos centrais. *Economia e Sociedade*, (4) 27-52.
18. Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1007. DOI: 10.2307/1912773.
19. Ehlers, S. J.(2004). *Conjectured models for trend in financial prices, tests and forecast*. the Royal Sta.
20. Fisher, M. E. (1982). *Statistical Analysis of Time Series with Conditional Heteroscedasticity*. *Journal of Econometrics*, 59(1-2), 125-142.
21. Frances, L. (2007). A importância econômica da exportação de energia elétrica. *Revista de Economia e Energia*, 12(4), 45-61
22. Franses, A. L. e Vandijk, C. A. (2000). *Medidas de Volatilidade para Opções*. XXV SBPO/SOBRAPO.185-187.
23. Gandini, G. (2021). *Entendendo a volatilidade nos mercados financeiros*
24. Garcia, F. (2010). *Volatility in Electricity Prices: Evidence from the Nord Pool Market*.
25. Gujarati, D. N. (2006). *Econometria básica*. 4ª ed. São Paulo: McGraw-Hill.
26. Gujarati, D.N., Porter, D. C. & Duffield, S. (2011). *Econometria Básica eBook*. ASIN, Editora; AMGH, 5 edição.
27. Germano, A. (2016). *Factores que contribuem para a volatilidade das exportações de energia eléctrica em Moçambique*. *Revista de Estudos económicos e Energia*, 20(2), 113-128.
28. Hamilton, J.D.(1994). *Times serial analysis*. Pricinton, NJ Princiton Univercity prece.

29. Jarque, C. M., & Bera, A. K. (1980). Efficient Tests for Normality, Homoscedasticity and Serial Independence of Regression Residuals. *Economics Letters*, 6(3), 255-259.
30. Liu, R., & Pan, J. (2017). Forecasting stock market volatility using GARCH models: A comparison of low and high-order models. *Journal of Forecasting*, 36(6), 675-690.
31. Marteira et al (1993). Threshold heteroskedastic models. *Technical report*, INSEE.
32. Morettin, R. e Tolo, J. M. (2004). Threshold ARCH models and asymmetries in volatility. *Applied Econometrics*, v.8,31-49.
33. Nelson, D. B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*, 59(2), 347-370.
34. Pinho, J., Vasconcelos, A., & Martins, F. (2011). *Modelos de previsão de volatilidade nos mercados financeiros*. Revista Brasileira de Finanças, 9(2), 175-198.
35. Pires, A. M. (2001). *Introdução à Análise de Séries Temporais*. Lisboa: Edições Sílabo.
36. Sena, L. A (2016). *Impactos e aceitação social de energias renováveis na matriz elétrica brasileira: o caso do Estado do Rio Grande do Norte* (Tese de doutorado). Universidade do Minho, Escola de Engenharia, Guimarães, Portugal.
37. Silveira, G. P. (2016). *Energia e mudanças climáticas: impactos socioambientais das hidrelétricas e diversificação da matriz energética brasileira*.
38. Tsay, R.S. (2005). *Análise de Séries Temporais Financeiras*. John Wiley & Filhos.
39. Taylor, S. J. (1987). *Modelling Financial Time Series*. Wiley.
40. Veiga, P. L., Oliveira, P. E., & Silva, R. L. (1993). Aglomerados de volatilidade nos mercados financeiros. *Journal of Finance and Economics*, 12(3), 123-145.
41. Werner, B. e Ribeiro, M. J.(2003). *Box-Jenkins Forecast Model Identification*. A. I. Expert.
42. World Bank. (2018). Mozambique Economic Update: *Shifting to More Inclusive Growth*. *The World Bank Group*
43. Zakoian, J.-M. (1994). Threshold Heteroskedastic Models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18(5), 931-955.