



UNIVERSIDADE
E D U A R D O
MONDLANE

FACULDADE DE CIÊNCIAS
Departamento de Matemática e Informática

**Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Ciências de Informação
Geográfica**

**Implantação de rede geodésica de alta precisão para o controle Horizontal: Ajustamento
Pelo Método Paramétrico
Área de Estudo: Parcela residencial, Bairro de Mapulene**

Autora: Carlota Bento Moreira

Maputo, Março de 2025



UNIVERSIDADE
EDUARDO
MONDLANE

FACULDADE DE CIÊNCIAS
Departamento de Matemática e Informática

**Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Ciências de Informação
Geográfica**

**Implantação de rede geodésica de alta precisão para o controle Horizontal: Ajustamento
Pelo Método Paramétrico**

Área de Estudo: Parcela residencial, Bairro de Mapulene

Autora: Carlota Bento Moreira

Supervisor: Lic. Francesse Mauro Bacião, UEM

Maputo, Março de 2025

Dedicatória

Dedico exclusivamente a Deus pela vida e aos meus pais

Declaração de Honra

Declaro por minha honra que o presente Trabalho de Licenciatura é resultado da minha investigação e que o processo foi concebido para ser submetido apenas para a obtenção do grau de Licenciatura em Ciências de Informação Geográfica, na Faculdade de Ciências da Universidade Eduardo Mondlane.

Maputo, Março de 2025

(Carlota Bento Moreira)

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Jeová, que sempre me abençoou e me protegeu, guiando minha caminhada. Sou grata a Ele por me fortalecer nos momentos de fraqueza e por não permitir que eu desista dos meus propósitos.

Agradeço aos meus pais, Eugénia Vichue Moreira e Bento Baera Moreira, pela dedicação incansável que me permitiu chegar onde estou hoje. Com seu trabalho árduo, nunca me deixaram faltar nada e sempre estiveram ao meu lado em todos os momentos dessa jornada.

Ao meu filho, Kiluanji Malate, agradeço por tornar os dias menos cansativos, seu abraço ao voltar para casa é sempre acolhedor. Agradeço também aos meus irmãos, Boaventura Bento Moreira e Baera Bento Moreira, e às minhas cunhadas, Vóica Ibraimo e Domingas Guilherme, assim como aos meus primos, Celestino da Silva e Zubaida Baera, pelas palavras de incentivo e apoio.

Um agradecimento especial vai ao meu amado esposo, Dionísio Varela, por ser a pessoa que me motiva a continuar. Ele sempre esteve comigo nos meus piores momentos, encorajando-me a crescer e a lutar pelos meus objectivos. Tenho grande admiração por si e me espelho em seu exemplo.

Agradeço, de forma especial, aos meus professores do curso de Licenciatura em Ciências da Informação Geográfica pela incansável dedicação em transmitir conhecimento e pela formação científica.

Um agradecimento especial também ao meu supervisor, Lic. Francesse Mauro Bacião, pela paciência, pelos conselhos e pela atenção constante durante o desenvolvimento do meu trabalho.

Por fim, expresso meus profundos agradecimentos a todos que, directa ou indirectamente, apoiaram este processo.

Obrigada!

Resumo

O controle dimensional horizontal e vertical é fundamental na engenharia de construção civil para garantir a conformidade com os projectos. A Geodesia desempenha um papel crucial nesse processo, fornecendo vértices com coordenadas de alta precisão. Este estudo investiga o estabelecimento de uma rede geodésica de alta precisão, utilizando o método paramétrico, para apoiar a construção civil em uma parcela habitacional no bairro de Mapulene, Distrito Municipal de KaMavota, Município da Cidade de Maputo. A metodologia envolveu a materialização de seis vértices, cujas coordenadas iniciais foram obtidas por meio de um dispositivo receptor GNSS móvel com precisão de 12 cm. As distâncias entre os vértices foram medidas com uma Estação Total Trimble M5 (precisão de 2mm). O ajustamento paramétrico, implementado no programa Adjust, refinou as coordenadas. A análise de qualidade, com nível de significância de 95%, revelou variâncias de 2,901 e 2,942, resultando em intervalos de confiança que variam de 0,22 a 9,35 e 0,83 a 12,83. Os resultados demonstram a eficácia do método paramétrico na obtenção de coordenadas horizontais precisas, capazes de fornecer um referencial confiável para o dimensionamento e controle dimensional em projectos de construção civil.

Palavras-chave: rede geodésica, método paramétrico, rede geodésica de trilateração, ajustamento das observações.

ABSTRACT

Horizontal and vertical dimensional control is fundamental in civil engineering to ensure compliance with projects. Geodesy plays a crucial role in this process by providing vertices with high-precision coordinates. This study investigates the establishment of a high-precision geodetic network, using the parametric method, to support civil engineering on a residential plot in the Mapulene neighborhood, KaMavota Municipal District, City of Maputo Municipality. The methodology involved the materialization of six vertices, whose initial coordinates were obtained using a GNSS receiver mobile device with an accuracy of 12 cm. The distances between the vertices were measured with a Trimble M5 Total Station (2mm precision). The parametric adjustment, implemented in the Adjust program, refined the coordinates. The quality analysis, with a significance level of 95%, revealed variances of 2.901 and 2.942, resulting in confidence intervals ranging from 0.22 to 9.35 and 0.83 to 12.83. The results demonstrate the effectiveness of the parametric method in obtaining precise horizontal coordinates, capable of providing a reliable reference for dimensioning and dimensional control in civil engineering projects.

Keywords: geodetic network, parametric method, trilateration geodetic network, adjustment of observations.

Abreviaturas

AO	Ajustamento das Observações
BEIR	Beira
CENACARTA	Centro Nacional de Cartografia e Teledeteccção
CHIC	Chicualacuala
CIG	Ciências de Informação Geográfica
E	Este
ET	Estação Total
GNSS	Sistema de Navegação Global por Satélite
GPS	Sistema de Posicionamento Global
ITR	Quadro de Referência Internacional
LICH	Lichinga
MATA	Matangulane
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
MozNet	Rede Geodésica Nacional de Moçambique
N	Norte
NP	Nivelamento de Precisão
PEMB	Pemba
QUEL	Quelimane
RMS	Desvio Médio Padrão
TETE	Tete
UEM	Universidade Eduardo Mondlane
UTM	Projecção Universal Transversal de Mercator
VIKU	Vilankulo
WGS 84	Sistema Geodésico Global de 1984
Z	Altitude

ÍNDICE

DEDICATÓRIA	I
DECLARAÇÃO DE HONRA	II
AGRADECIMENTOS	III
RESUMO	IV
ABREVIATURAS	VI
ÍNDICE DE FIGURAS	IX
INTRODUÇÃO	1
1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO	1
1.2. PROBLEMA DA PESQUISA	3
1.3. RELEVÂNCIA DO TEMA	3
1.4. OBJECTIVOS.....	4
1.4.1. OBJECTIVO GERAL.....	4
1.4.2. OBJECTIVOS ESPECÍFICOS.....	4
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1. LIMITES GEOGRÁFICOS	5
2.2.1. REDE GEODÉSICA NACIONAL DE MOÇAMBIQUE	8
2.2.2.1. OBSERVAÇÕES ASTRONÓMICAS.....	9
2.2.2.2. TRIANGULAÇÃO	9
2.2.2.3. POLIGONAÇÃO	10
2.2.2.4. NIVELAMENTO.....	11
2.2.2.5. MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS.....	11
2.2.3. ACTIVIDADES DE CAMPO EM TRABALHOS DE LEVANTAMENTO DE REDES DE GEODÉSICAS ..	12
2.2.3.1. RECONHECIMENTO	12
2.3. AJUSTAMENTO DAS OBSERVAÇÕES EM REDES GEODÉSICAS.....	13
2.3.1. AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS	14
2.3.1.1. PRINCÍPIO DOS MÍNIMOS QUADRADOS	14
2.3.1.2. MATRIZ PESO	15
2.3.1.3. ATRIBUIÇÃO DE PESOS NAS OBSERVAÇÕES	15
2.3.1.4. VARIÂNCIA	16

2.3.1.5.	VARIÂNCIA A PRIORI.....	16
2.3.1.6.	VARIÂNCIA A POSTERIORI.....	17
2.3.1.7.	MATRIZ VARIÂNCIA - COVARIÂNCIA	17
2.3.1.8.	MODELO MATEMÁTICO.....	17
2.3.1.9.	MODELO FUNCIONAL.....	18
2.3.1.10.	MODELO ESTOCÁSTICO.....	18
2.4.	AJUSTAMENTO PELO MÉTODO PARAMÉTRICO.....	18
MATERIAL E MÉTODOS		20
4.1	MATERIAL.....	20
4.2	MÉTODOS	21
4.2.1	<i>Trabalho do Campo</i>	21
4.2.2	<i>Trabalho do Gabinete</i>	25
RESULTADOS E DISCUSSÃO		26
5.1.	TRATAMENTO DAS OBSERVAÇÕES LINEARES PELO MMQ.....	26
5.2.	CONFIGURAÇÃO DO FICHEIRO DE DADOS PARA O ADJUST PARA A TRILATERAÇÃO.....	27
5.4.	OBSERVAÇÕES DE DISTÂNCIAS AJUSTADAS.....	31
5.4.1.	OBSERVAÇÕES LINEARES AJUSTADAS COM UM PONTO FIXO	31
5.4.2.	OBSERVAÇÕES LINEARES AJUSTADAS COM DOIS PONTOS FIXOS.....	33
5.4.3.	ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS PARÂMETROS AJUSTADOS.....	34
5.5.	TESTE DE QUALIDADE DO AJUSTAMENTO DAS OBSERVAÇÕES.....	35
5.6.	COORDENADAS PLANIMÉTRICAS AJUSTADAS.....	36
.....		38
CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES		38
6.1.	CONCLUSÕES	38
6.2.	RECOMENDAÇÕES	38
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		39
ANEXOS		42

Índice de Figuras

Figura 1: Mapa de Localização geográfica da área de estudo	5
Figura 2: Características dos solos da área de estudo: Fonte de dados Mapa de solos de Moçambique. Acedido à 10 de Outubro de 2024, from http://mapas.cnpm.embrapa.br/mocambique/mapa.html	6
Figura 3: Representação esquemática de uma rede de triangulação e trilateração respectivamente.	10
Figura 4: Representação esquemática dos principais tipos de poligonais. Fonte: (Veiga & Faggion, 2012)	11
Figura 5: Características da estaca e perfil da implantação em cada vértice da malha	21
Figura 6: Disposição das estacas na parcela bem como das visadas não redundantes realizadas para determinar as coordenadas precisas dos vértices.....	23
Figura 7: Disposição das estacas na parcela bem como das visadas redundantes realizadas para determinar as coordenadas precisas dos vértices	24
Figura 8: Estrutura do arquivo para leitura no Adjust.....	28
Figura 9: Coordenadas preliminares dos vértices da malha de trilateração implantada levantadas com recurso a um receptor de GNSS	28
Figura 10: Principais parâmetros de entrada e as saídas no Adjust para o ajustamento da rede.....	29

Índice de Tabelas

Tabela 1: Coordenadas da base, obtidas através do Mobile Topographer na área do estudo.....	20
Tabela 2: Comprimentos observados entre as extremidades da malha implantada na parcela	25
Tabela 3: Distâncias entre as extremidades da malha tratadas pelo MMQ	27
Tabela 4: Conceitos e resultados esperados da caixa de diálogo do Adjust para o ajustamento de coordenadas horizontais.....	30
Tabela 5. Resultado do Ajustamento com apenas 1 ponto de coordenadas conhecidas (Mr 1).....	32
Tabela 6. Resultado do Ajustamento com apenas 1 ponto de coordenadas conhecidas (Mr 2).....	32
Tabela 7. Resultado do Ajustamento com 2 pontos de coordenadas conhecidas (Mr 1 e Mr 2)	33
Tabela 8. Resumo analítico das diferenças das observações ajustadas com 1 e 2 pontos de coordenadas conhecidas.....	35
Tabela 9: Análise da variância à posterior dos modelos paramétricos testados.....	36
Tabela 10: Coordenadas planimétricas obtidas pelo método paramétrico com um ponto fixo	37
Tabela 11: Coordenadas planimétricas obtidas pelo método paramétrico com um ponto fixo	37
Tabela 12: Coordenadas planimétricas obtidas pelo método paramétrico com dois pontos fixos	37

Anexos

Anexo 1: Especificações da Estação Total Utilizada nos trabalhos de campo.....	42
Anexo 2: Esquema de observações realizadas na parcela	44
Anexo 3: Relatório do Adjust ilustrando os resultados do ajustamento da rede geodésica de trilateração com uma coordenada conhecida (Mr1).....	45
Anexo 4: Relatório do Adjust ilustrando os resultados do ajustamento da rede geodésica de trilateração com uma coordenada conhecida (Mr2).....	47
Anexo 5: Relatório do Adjust ilustrando os resultados do ajustamento da rede geodésica de trilateração com duas coordenadas conhecidas (Mr_1 e Mr_2).....	49
Anexo 6: Elipse dos erros para um ponto fixo (Mr1).....	51
Anexo 7: Elipse dos erros para um ponto fixo (Mr2).....	51
Anexo 8: Elipse dos erros para com dois pontos fixos (Mr1 e Mr2).....	52
Anexo 9: Características visuais da parcela usada para realizar o levantamento da rede geodésica pelo método trilateração(a)	53
Anexo 10: Características visuais da parcela usada para realizar o levantamento da rede geodésica pelo método trilateração (b).....	54

Introdução

1.1. Contextualização

As observações realizadas pelo Homem se caracterizam pela inevitável presença de erros nas medições, erros que decorrem na sua maioria de processos aleatórios, da imperfeição do equipamento e da influência das condições ambientais nas quais se efectua a medição (Bisognin, 2006). Instrumentos e métodos de medição não são perfeitos, e sempre existem erros e imperfeições que se cometem na medição de qualquer grandeza (Antunes, 1995). Os processos experimentais de medidas para a recolha de dados são necessários para às ciências e engenharias, sendo uma delas a Engenharia de Construção Civil. Conforme descreve Jesus, (2014), os erros cometidos nas medições (observações) não permitem que haja um fecho correcto dos polígonos e triângulos geométricos adoptados na geodesia. Deste modo, para a obtenção de resultados com qualidade desejável, intuitivamente, repetem-se as observações e não se aceita apenas uma observação.

Para Bisognin, (2006) a pluralidade (medições repetidas) de observações tem como consequência dados redundantes e inexatos. Entretanto, tem-se que empenhar em dissolver as discrepâncias geométricas decorrentes das observações a fim de extrair um resultado único que represente o valor mais próximo possível do valor verdadeiro e uma maior confiança no valor desta grandeza. (Jesus, 2014) afirmam que devido à incapacidade de avaliar os erros, usa-se o Ajustamento de Observações (AO) para encontrar um valor estatisticamente representativo do valor real da observação, ou seja, o AO permite determinar um valor consensual a associá-lo a sua incerteza.

A pressupostos sobre os erros nas observações, quando aplicados à Geodesia na determinação de coordenadas de redes geodésica em poligonais ou triangulações, são essenciais para fornecer coordenadas de pontos na superfície terrestre com alta precisão, necessárias para o projecto, construção e monitorização de obras importantes de engenharia como pontes, túneis ou barragens (Melo et al, 2012).

O avanço tecnológico, evidenciado na década de 1960 com o surgimento e massificação das tecnologias de posicionamento espacial permitiu o uso de tecnologia actualmente designada por Sistemas de Navegação Global por Satélite (GNSS) contribuindo bastante na redução do tempo de realização das observações de apoio topográfico e geodésico na engenharia de construção civil. Mesmo com as

tecnologias disponíveis como o posicionamento por GNSS, durante a construção de grandes obras de engenharia como pontes, estradas, túneis ou barragens, as Estações Totais (ET) ainda são os equipamentos com mais ampla utilização. Com principal ênfase para a determinação das poligonais de referência e a implantação de pontos de apoio nas obras que se baseiam em poligonais por caminhamento e redes por trilateração e por triangulação.

Admitindo a existência de erros aleatórios e observações superabundantes, utiliza-se o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) para a determinação da estimativa única dos parâmetros ajustados e avaliação da sua variância (resíduos). Por isto, nesta proposta de trabalho de conclusão de curso, se apresenta uma avaliação do controle de propagação de variâncias em poligonais fechadas por caminhamento, trilateração e triangulação, com variação das suas observações, na estimativa dos resíduos e indicação da mais adequada para utilização como densificação do referencial geodésico nos trabalhos de implantação de obra de construção civil, neste caso, uma residência unifamiliar.

1.2. Problema da Pesquisa

O apoio geodésico planimétrico e altimétrico é essencial na implantação de edifícios, tanto para o controle dimensional (horizontal e vertical) da estrutura, quanto para o correcto posicionamento em relação à rede geodésica local (rede geodésica municipal), garantindo a compatibilidade com outros projectos e infra-estruturas.

Os levantamentos geodésicos com a finalidade de implantação dos eixos dos pilares de edifícios, necessitam de coordenadas determinadas com precisão e os seus erros ajustados tendo em vista a execução da obra conforme o projecto de implantação e, para tal, a existência de uma rede geodésica de apoio e que esteja ajustada, nas proximidades da área de implantação do projecto, é imprescindível. Assim, surge a seguinte pergunta de pesquisa:

- **Como implantar uma rede geodésica de trilateração por pontos físicos fixos na terra ajustando as coordenadas horizontais pelo método paramétrico?**

Hipóteses

Hipótese Nula (H0): O ajustamento da rede geodésica de trilateração pelo método paramétrico não apresenta diferenças na precisão das coordenadas geodésicas em comparação ao método tradicional.

Hipótese Alternativa (H1): O ajustamento da rede geodésica trilateração pelo método paramétrico apresenta diferenças na precisão das coordenadas geodésicas em comparação método tradicional.

1.3. Relevância do Tema

A implantação de redes geodésicas para o controle dimensional horizontal constitui uma prática fundamental na infra-estrutura da construção civil.

Do ponto de vista científico, é relevante porque apoia-se na melhoria da precisão geodésica, na medida em que o método paramétrico permite a redução dos efeitos dos erros aleatórios permitindo a determinação de coordenadas que sejam consensuais, demonstrando igualmente que as obras de construção civil cumprem com as normas técnicas do sector.

Do ponto de vista sócio-económico, permite um desenvolvimento económico local na medida em que infra-estruturas bem construídas atraem investimentos, favorecem o comércio e melhoram a qualidade de vida da população local, gerando empregos e oportunidades de negócios.

1.4. Objectivos

1.4.1. Objectivo Geral

Estabelecer uma rede geodésica de trilateração de alta precisão, ajustada pelo método paramétrico, para fornecer apoio geodésico robusto à construção civil na área de estudo.

1.4.2. Objectivos Específicos

- Elaborar um plano de observações detalhado, especificando os equipamentos a serem utilizados, os procedimentos de colecta de dados incluindo os critérios de controle de qualidade;
- Materializar fisicamente os vértices da rede no terreno, utilizando marcos topográficos temporários adequadamente identificados;
- Modelar matematicamente a rede de trilateração, estabelecendo as equações de observação necessárias para o ajustamento da rede;
- Realizar a análise de qualidade do ajustamento, avaliando a precisão das coordenadas obtidas e a significância estatística dos parâmetros estimados.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Limites geográficos

A área de implantação do projecto de implantação da rede geodésica com vista a implantação de edifício, localiza-se no Bairro de “Mapulene”, distrito Municipal KaMavota, Município da Cidade de Maputo. Encontra-se à Oeste da estrada circular de Maputo, aproximadamente à um quilómetro. A parcela de terra, ocupa uma área de superfície de aproximadamente 2 hectares com cerca de 0,5 hectares ocupados por infraestruturas habitacionais. Geograficamente esta parcela, encontra-se localizada entre os paralelos $25^{\circ}53'29,53''S$ no extremo Sul e $25^{\circ}53'23,30''S$ no extremo Norte e os meridianos $32^{\circ}38'54,83''E$ no extremo Oeste e $32^{\circ}39'0,63''E$ no extremo Este.

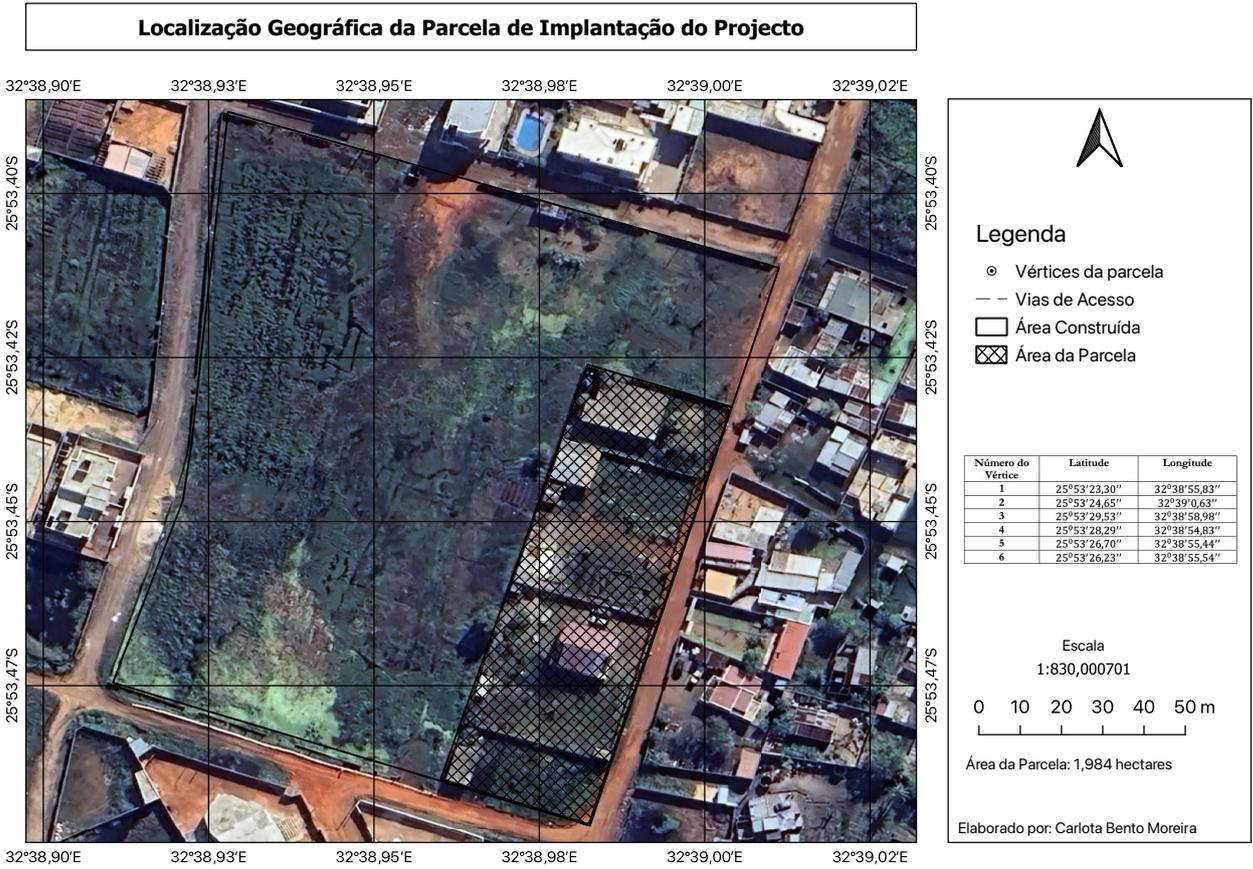


Figura 1: Mapa de Localização geográfica da área de estudo

2.1.1. Solos e drenagem

O conhecimento do tipo de solos e das suas características de drenagem é fundamental para a construção civil, pois permite determinar a capacidade de carga do solo que é essencial para determinar se o solo pode suportar o peso da construção (Craig, 2004). A área de estudo encontra-se enquadrada numa região de solos de sedimentos marinhos estuarinos, com uma drenagem que varia de má a muito má. Os solos desta região apresentam problemas de drenagem, especialmente durante a estação chuvosa, resultando em inundações.

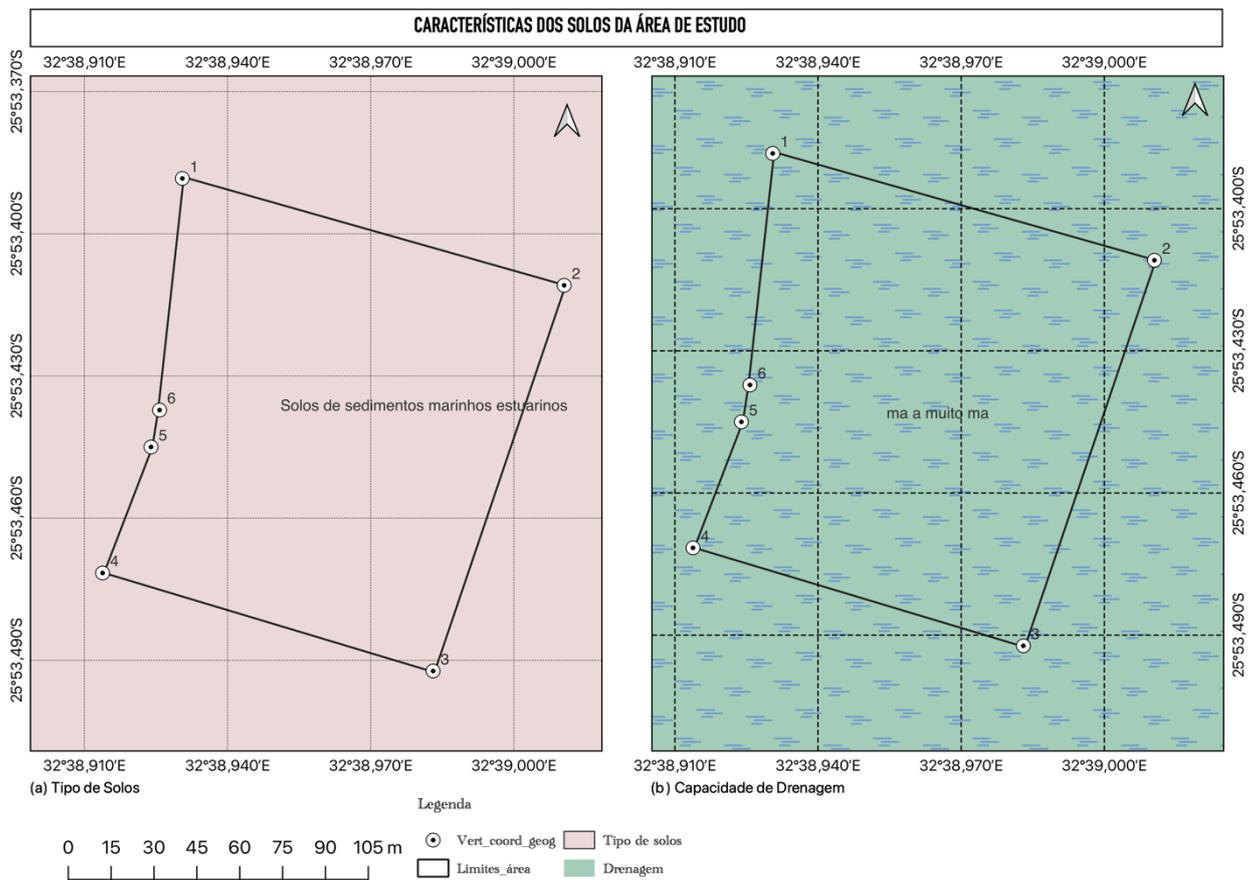


Figura 2: Características dos solos da área de estudo: Fonte de dados Mapa de solos de Moçambique. Acedido à 10 de Outubro de 2024, from <http://mapas.cnpm.embrapa.br/mocambique/mapa.html>

2.2. Rede Geodésica

A rede geodésica é um conjunto de pontos geodésicos (*pontos com coordenadas conhecidas*), que são posições fixadas e determinadas com precisão, cobertas por medições de coordenadas geo-espaciais. Conforme descrito por Santos, (2012), a rede geodésica é a estrutura que permite uniformizar todo o tipo de informação que necessite ser associada a um conjunto de coordenadas que identifique a sua posição no terreno. Assim, as redes geodésicas são essenciais para a criação de um sistema de referência geodésico que possibilita a unificação dos dados geo-espaciais, proporcionando uma base sólida para a realização de análises geográficas e mapeamentos. Com o crescimento das áreas urbanas e o aumento das demandas por infra-estruturas, têm levado à necessidade de redes geodésicas mais densas, capazes de oferecer a precisão necessária em medições.

O adensamento da rede geodésica é um processo pelo qual mais pontos geodésicos são adicionados em uma determinada área para melhorar a precisão das medições. De acordo com Almeida et al. (2019), esse adensamento se torna particularmente relevante em áreas urbanas, onde a heterogeneidade e a complexidade do espaço requerem uma maior densificação da rede para assegurar a qualidade dos dados geodésicos. A literatura aponta que uma rede geodésica densa traz benefícios directos não só para a realização de medições mais precisas, mas também para a realização de análises territoriais mais robustas. Ao utilizar uma rede de alta densidade, pode-se obter informações mais confiáveis sobre a topografia local, a qual é vital para a realização de projectos de infra-estrutura, tais como estradas, pontes e edificações (Lima e Pereira, 2020).

O ajustamento das redes geodésicas pode ser compreendido como a análise e optimização dos dados colectados, considerando as incertezas inerentes à medição. Entre os vários métodos de ajuste disponíveis, destaca-se o método paramétrico, que busca modelar o comportamento dos dados através de parâmetros ajustáveis. Segundo Silva et al. (2018), este método é amplamente utilizado devido à sua capacidade de lidar com diferentes níveis de precisão e correlação entre as medidas.

O método paramétrico pode ser descrito como um processo que utiliza a minimização de erros quadráticos para ajustar os dados a um modelo predefinido. Para isso, deve-se determinar os parâmetros que melhor descrevem a relação entre as observações feitas, levando em conta tanto as incertezas associadas às medições quanto a configuração espacial da rede geodésica. Um exemplo prático do uso do método paramétrico em ajustes de redes é o ajuste de observações de ângulos e distâncias em levantamentos topográficos. Ao aplicar esse método, os pesquisadores podem melhorar a distribuição de pontos geodésicos, garantindo que as incertezas sejam minimizadas e que os dados sejam representativos da realidade (Freitas e Oliveira, 2019).

2.2.1. Rede Geodésica Nacional de Moçambique

Moçambique foi o primeiro país a ser objecto de operações geodésicas com vista à sua cobertura trigonométrica regular e de cadastro, para o que foi criada a Missão Geodésica da Africa Oriental (MGAO) (Santos, 2012). Este mesmo autor, refere que Moçambique dispõe de uma rede constituída por 245 estações, que foi observada em 1995 e 1996 e é constituída por uma rede fundamental com oito (8) estações absolutas e 237 estações relativas designada por MozNET.

Conforme o Centro Nacional de Cartografia e Teledeteção (CENACARTA), a Rede Geodésica Nacional de Moçambique (MozNET) é uma rede de pontos geodésicos com espaçamento nominal de 100-150 km no campo e 1-10 km nas maiores cidades. Essa Rede, fornece a estrutura espacial para a integração subsequente de GNSS e outras redes municipais terrestres em uma estrutura nacional composta.

O MozNET está fixado no Quadro de Referência Internacional (ITR94) por oito (8) estações absolutas nomeadamente: CHIC (Chicualacuala), VIKU (Vilankulo), MATA (Matagulane), BEIR (Beira), QUEL (Quelimane), TETE (Tete), LICH (Lichinga), PEMB (Pemba).

Actualmente o MozNet compreende:

- a) **Rede de Estações Permanentes de Sistemas de Navegação Global Por Satélite (GNSS)** que possibilitam realizar trabalhos de georreferenciação em tempo real ou em pós-processamento para diferentes propósitos;
- b) **Rede de estações passivas** é conjunto de pontos geodésicos materializados no terreno por marcos de diferentes tipos e ordens distribuídos ao longo do país, cujas as coordenadas são conhecidas no referencial nacional. Servem de apoio para georreferenciação para diferentes propósitos;
- c) **Rede Altimétrica** - Nivelamento de Precisão de Moçambique (NP) é composta por conjunto de marcas de nivelamento de precisão embutidos nos marcos de betão ou nas soleiras de outras infraestruturas (edifícios públicos, igrejas, etc) estabelecidas ao longo das vias de comunicação integrados no sistema de referência altimétrica nacional;
- d) **Rede gravimétrica** é composta por estações gravimétricas com finalidade de estudo do campo gravitacional terrestre, possibilitando, a partir dos seus resultados, aplicações na área da Geociências.

É importante referir que a materialização das Redes Nacionais compete ao Estado através do CENACARTA. Os Municípios podem adensar a MozNET com a implantação de marcos geodésicos, na sua jurisdição devendo nessas circunstâncias, solicitar a colaboração técnica do órgão do Estado responsável pela geodesia e cartografia. Para o contexto deste trabalho, não será adoptada a rede

geodésica MozNET para apoiar no processo de determinação de coordenadas precisas dos pontos de implantação dos pilares do edifício.

2.2.2. Técnicas de estabelecimento de redes geodésicas

O estabelecimento de redes geodésicas é imprescindível para a realização de medições precisas e para a representação do espaço geográfico. Desde os primórdios da geodesia, várias técnicas clássicas foram desenvolvidas, que ainda hoje formam a base para métodos mais avançados, como os GNSS. O advento de novas tecnologias, especialmente o GNSS, modificou significativamente o panorama da geodesia. A precisão e a rapidez dos sistemas GNSS superaram as limitações das técnicas clássicas em muitos aspectos (Ghilani e Wolf, 2006). Contudo, a transição para estas novas tecnologias não eliminou completamente o uso das técnicas clássicas. Em muitos casos, a combinação das duas pode oferecer resultados ainda mais precisos. Abaixo, serão abordadas as principais técnicas clássicas, sua relevância, limitações e evolução ao longo do tempo.

2.2.2.1. Observações Astronômicas

As medições astronômicas são ferramentas tradicionais utilizadas para determinação de coordenadas geodésicas, baseando-se nas posições de corpos celestes. Embora esta técnica tenha desempenhado um papel crucial na navegação antes da era dos GNSS, ela ainda apresenta limitações. A precisão dessas medições depende muito da qualidade dos instrumentos e das condições atmosféricas. Com o advento de tecnologias mais modernas, como sistemas de posicionamento por satélite, as medições astronômicas tornaram-se menos comuns (Kahmen e Hess, 1999).

2.2.2.2. Triangulação

A triangulação é uma das técnicas mais fundamentais no estabelecimento de redes geodésicas. Consiste em medir os ângulos de um triângulo formado por pontos conhecidos (vértices), a partir do qual se pode determinar a posição de pontos desconhecidos. Também, pode-se afirmar que a triangulação consiste em uma série de triângulos unidos ou sobrepostos nos quais um lado ocasional é medido e os lados restantes são calculados a partir de ângulos medidos nos vértices dos triângulos. Essa metodologia foi amplamente utilizada a partir do século XVIII e suas bases foram estabelecidas com os trabalhos de astrônomos e matemáticos. Um benefício significativo da triangulação é sua capacidade de transformar uma medição de ângulo em uma representação tridimensional do espaço. Entretanto, uma crítica importante a essa técnica é sua suscetibilidade a erros de medição, que podem se propagar de um triângulo para outro, comprometendo a precisão da rede como um todo (Wellenhof et al., 2008). Assim, pode-se afirmar que:

- A triangulação é baseada em princípios da trigonometria, em que são conhecidos um lado (base) e três ângulos;
 - Neste método, se uma direcção inicial for conhecida, as demais direcções podem ser calculadas.
- Em paralelo à triangulação coexiste a trilateração. Conforme descrito por Wang e Jiao (2018), a trilateração geodésica é um método utilizado para determinar a posição de um ponto no espaço tridimensional com base na medição das distâncias a três ou mais pontos de referência conhecidos. Esta técnica é fundamental na geodesia e na engenharia civil, pois permite que a posição de um ponto seja calculada com alta precisão sem a necessidade de medições angulares, como é feito na triangulação. Assim como na triangulação, a trilateração consiste em uma série de triângulos unidos ou sobrepostos.
- Para a trilateração, os **comprimentos de todos os lados do triângulo são medidos** e uma direcção é medida para estabelecer o azimute.
 - Quando as redes de triangulação e trilateração cobrem áreas extensas, a curvatura da terra deve ser considerada.

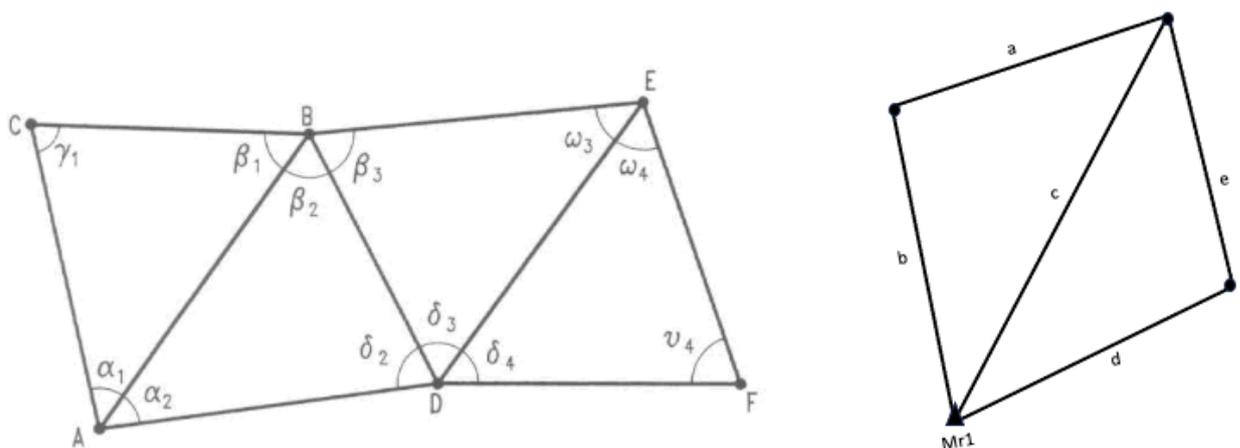


Figura 3: Representação esquemática de uma rede de triangulação e trilateração respectivamente em que α, β, δ correspondem aos ângulos internos e a, b, c, d, e, d correspondem aos comprimentos dos lados dos lados.

2.2.2.3. Poligonização

As poligonais baseiam-se na interconexão de uma série de pontos medidos directamente entre si, formando um polígono. A poligonização consiste em estabelecer no terreno polígonos irregulares do qual são medidos os ângulos entre alinhamentos consecutivos e as distâncias entre os vértices vizinhos, para se determinar as coordenadas rectangulares de seus vértices (Silva et al. 2006). Por outro lado, Antunes (1995), afirma que as poligonais são formadas por um número finito de lados, interligando em dois ou mais pontos de coordenadas conhecidas, designados de pontos de apoio, nos quais previamente também se conhece a orientação (Azimute). Este método é eficaz para determinar a posição de pontos em áreas

densamente povoadas, onde os obstáculos podem dificultar a triangulação. O uso de poligonais é comum em levantamentos topográficos e cadastrais. A desvantagem deste método, no entanto, é que erros de medição em um ponto podem afetar os resultados de todos os pontos subsequentes. Assim, é necessário um controle rigoroso de qualidade dos dados (Cohen e Rapp, 2012).

Segundo Domingues (1979) citado por (Rocco, 2013) as poligonais podem ser classificadas em três (3) tipos. As poligonais fechadas, quando partem de um ponto e terminam sobre o mesmo, as poligonais abertas, quando partem de um ponto com coordenadas conhecidas e terminam em outro do qual não se conhecem nem as coordenadas, nem o azimute do último lado e as poligonais enquadradas, quando partem de dois pontos conhecidos (de coordenadas X_1, Y_1) e terminam em outros dois pontos também conhecidos (de coordenadas X_2, Y_2).

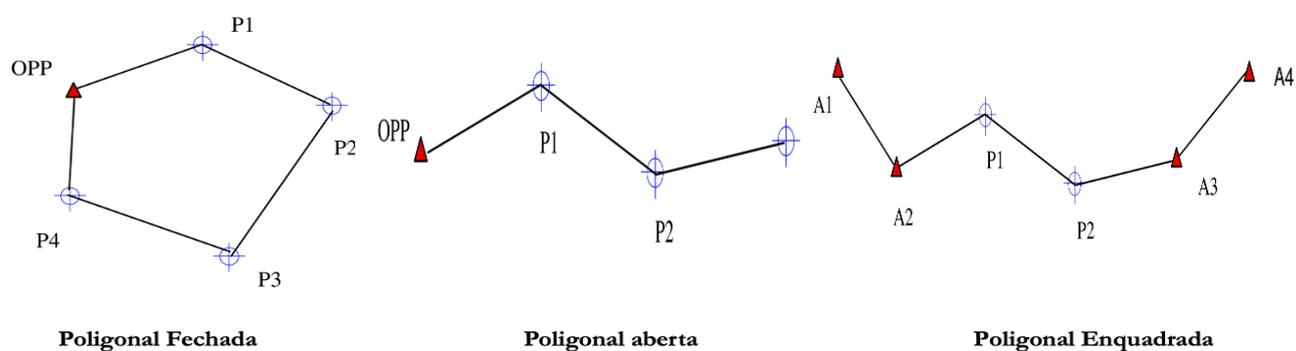


Figura 4: Representação esquemática dos principais tipos de poligonais. Adaptado de (Veiga e Faggion, 2012).

2.2.2.4. Nivelamento

O nivelamento é utilizado para medir diferenças de altitude entre pontos. Este método é essencial em processos de engenharia civil, como a construção de estradas, ferrovias e projetos de infraestruturas. Instrumentos como o nível óptico permitem a criação de linhas de nível através de medições de distância horizontal e vertical. Entretanto, uma limitação do nivelamento clássico é que ele não pode ser utilizado em grandes distâncias sem considerar factores como a curvatura da Terra. Isso pode levar a erros se não houver uma compensação adequada. Além disso, o tempo e as condições climáticas podem afectar as leituras (Kraak e Ormeling, 2010).

2.2.2.5. Medição de Distâncias

A medição de distâncias, pode ser feita usando fitas métricas ou instrumentos eletrónicos, é fundamentalmente importante para a criação de redes geodésicas. O desenvolvimento de Medições Eletrónicas de Distância (EDM) melhorou exponencialmente a precisão e a rapidez das medições. No entanto, mesmo com as tecnologias mais recentes, factores como temperatura, humidade e pressão atmosférica ainda podem influenciar os resultados, exigindo correções constantes.

A permanência das técnicas clássicas de estabelecimento de redes geodésicas revela não apenas a sua eficácia, mas também a necessidade de um entendimento sólido das bases da geodesia. Apesar da automação e da facilidade proporcionadas por tecnologias modernas, as limitações inerentes a cada técnica ainda devem ser consideradas. A habilidade de interpretar erros, realizar correções e aplicar diferentes métodos conforme a necessidade do projecto é crucial. As técnicas clássicas de estabelecimento de redes geodésicas, como triangulação, nívelamento, poligonais e observações astronômicas, são fundamentais para a geodesia. Apesar da crescente adoção de tecnologias modernas como o GNSS, essas técnicas ainda são relevantes e necessárias.

2.2.3. Actividades de campo em trabalhos de levantamento de redes de geodésicas

Os trabalhos de campo para a concretização deste trabalho, estão baseados em levantamentos de triangulação e trilateração. Diferentes autores apresentam procedimentos variados para a realização dos trabalhos de levantamento geodésico. Ghilani e Wolf, (2012), apresentam uma rotina dos trabalhos de triangulação que está dividida em duas fases, a fase dos trabalhos de campo e a fase dos cálculos que envolve o processo de tratamento de dados. Para Ghilani e Wolf, (2012), o trabalho de triangulação é dividido nas seguintes operações:

- Reconhecimento;
- Implantação de marcos no terreno;
- Medição da linha base;
- Medição de ângulos horizontais;
- Medição de ângulos;
- Observações para determinar o azimute das linhas de base.

2.2.3.1. Reconhecimento

O reconhecimento é a inspeção preliminar do campo de toda a área a ser coberta pela triangulação e a colecta de dados relevantes (Chandra, 2000). A etapa de reconhecimento, requer grande habilidade, experiência e análise crítica pois a precisão e a economia dos trabalhos na triangulação dependem muito de um reconhecimento adequado. Inclui as seguintes operações:

- i. Exame do terreno a ser levantado;
- ii. Selecção de locais adequados para a medição das linhas base;
- iii. Selecção de posições apropriadas para as estações de triangulação;
- iv. Determinação da inter-visibilidade das estações de triangulação;
- v. Selecção de pontos naturais bem definidos que possam ser usados como pontos de intersecção;
- vi. Colecta de informações diversas a respeito de:

- Acesso a várias estações de triangulação;
- Facilidades de transporte;
- Disponibilidade de mão de obra
- Área para acampamento.

Plag & Pearlman, (2009) descrevem que o reconhecimento pode ser realizado de forma eficaz se mapas topográficos precisos da área estiverem disponíveis. A ajuda de fotografias aéreas e mosaicos, se disponíveis, também é utilizada. Se mapas e fotografias aéreas não estiverem disponíveis, um rápido reconhecimento preliminar é realizado para determinar a localização geral de possíveis esquemas de triangulação adequados à topografia. Posteriormente, um reconhecimento principal é feito para examinar esses esquemas.

2.3. Ajustamento das observações em redes geodésicas

O ajustamento é um ramo da matemática aplicada, que tem por objetivo a solução única para problemas onde o número de observações é superabundante e o sistema de equações lineares é inconsistente, objectiva ainda a estimativa da qualidade da solução (Klein, 2011). As observações conduzidas pelo homem se caracterizam por possuírem erros de medida, que podem ocorrer por falha humana, imperfeição de equipamentos e por variações ambientais (Schunemann, 2005). De acordo com o mesmo autor para se ter uma medida de confiança, faz-se necessária a superabundância das observações. Cria-se assim um novo problema, a partir da superabundância das observações extrair um resultado único que represente com maior confiança a grandeza medida e os parâmetros estimados a partir dela, o ajustamento das observações tem como finalidade resolver esse problema.

O ajustamento das observações em redes geodésicas, pode ser compreendido como a análise e optimização dos dados colectados, considerando as incertezas inerentes à medição. Entre os vários métodos de ajuste disponíveis, destaca-se o método paramétrico, que busca modelar o comportamento dos dados através de parâmetros ajustáveis. Segundo Silva et al. (2018), este método é amplamente utilizado devido à sua capacidade de lidar com diferentes níveis de precisão e correlação entre as medidas.

O método paramétrico pode ser descrito como um processo que utiliza a minimização de erros quadráticos para ajustar os dados a um modelo predefinido. Para isso, deve-se determinar os parâmetros que melhor descrevem a relação entre as observações feitas, levando em conta tanto as incertezas associadas às medições quanto a configuração espacial da rede geodésica. Um exemplo prático do uso do método paramétrico em ajustes de redes é o ajuste de observações de ângulos e distâncias em levantamentos topográficos. Ao aplicar esse método, os pesquisadores podem melhorar a distribuição de pontos geodésicos, garantindo que as incertezas sejam minimizadas e que os dados sejam representativos da realidade (Freitas e Oliveira, 2019).

2.3.1. Ajustamento de Observações pelo Método dos Mínimos Quadrados

O Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) é um dos critérios mais utilizados para o ajustamento de dados onde o número de observações é superabundante e o sistema de equações, devido à presença de erros no processo experimental de medições é inconsistente (Klein e Veronez, 2011). De acordo com Gemael (1994) citado por (Klein e Veronez, 2011) as observações possuem uma propriedade inerente a elas, conhecida como flutuações probabilísticas, pois, quando se repete “n” vezes a medida de uma grandeza, os “n” valores não são idênticos, mas estão dispersos numa certa região ou intervalo. Essas flutuações, tradicionalmente, são classificadas como erros aleatórios e resultam na inconsistência do sistema de equações. Dentre os diversos critérios possíveis para o ajustamento das observações, o mais difundido e aceito em Geodesia é aquele que segue o princípio dos mínimos quadrados, ou seja, aquele que minimiza a soma do quadrado dos erros aleatórios, ponderados pelos respectivos pesos das observações (Ghilani, 2006).

No mesmo contexto (Bisognin, 2006) afirma que quando se tem um conjunto de observações redundantes, que geram um conjunto de valores para um conjunto de parâmetros desconhecidos o MMQ permite por via dum modelo matemático obter um conjunto único de valores para este mesmo conjunto de parâmetros desconhecidos. Segundo (Freitas, 2019), os ajustamentos das observações, em geral, são conduzidos mediante três modelos, o Modelo Paramétrico, o Modelo dos correlatos e Modelo combinado.

2.3.1.1. Princípio dos Mínimos Quadrados

Segundo (Amorim, 2005) o princípio dos Mínimos Quadrados é minimizar a soma dos quadrados dos resíduos resultante da subtração do valor mais provável de uma grandeza medida e as n observações feitas sobre a mesma, entre tanto (Segundo e Schmidt, 2016), acrescentam que o objectivo dessa minimização é resolver os valores de parâmetros e observações através da superabundância de observações, extraíndo um resultado único que representa com maior confiança a grandeza medida e os parâmetros estimados. Em caso de diferenças de precisão das observações, deve se multiplicar os resíduos com os seus respectivos pesos (Gemael, 1994) citado por (Maia, 1999).

$$\sum_{i=1}^n v_i^2 = \min \quad (1.0)$$

A equação (1.0) resulta de observação de igual peso.

$$\sum_{i=1}^n P_i v_i^2 = \min \quad (2.0)$$

A equação (22.0) resulta de observações de pesos diferentes. Segundo (Maia, 1999) actualmente é mais usual a linguagem matricial sugerida por Gemael (1994):

$$\phi = V^T P V \quad (3.0)$$

Onde V é o vector dos resíduos associado as n observações l_1, l_2, \dots, l_n

$$V_{n,1} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix} \quad (4.0)$$

e P uma matriz quadrada que representa os pesos de cada observação, tomando a seguinte forma:

$$P_{n,n} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & p_n \end{bmatrix} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2^2} & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_n^2} \end{bmatrix} \quad (5.0)$$

As observações ajustadas serão os elementos do vector $L_a = L_b + V$ sendo L_b o vector das observações brutas e V o vector dos resíduos que minimizam a função ϕ (Cidalia Costa Fonte, 1994).

2.3.1.2. Matriz Peso

Para montar a matriz dos pesos das observações, é necessário que se conheça as precisões com que as mesmas foram determinadas. Em casos que não é possível determinar as precisões, usa-se a precisão do instrumento. Considerando que não existem correlações entre as observações, a matriz será diagonal (Gomes, 2014). No entanto (Moraes, 1997) diz que tendo as precisões para compor a matriz peso basta fazer o inverso dos quadrados das precisões. Para (Klein, 2011) os elementos da matriz peso são escolhidos do modo a ponderar a influência de observações específicas sobre a estimativa do vector dos parâmetros. Segundo Gemael (1994) citado por (Klein, 2011) observações com maior peso terão maior importância no processo do ajustamento, ou seja, maior influência na estimativa dos parâmetros. Para se montar a matriz peso, é válida a expressão (5.0)

2.3.1.3. Atribuição de pesos nas Observações

Pode se dizer que uma observação é boa se a mesma apresentar um desvio padrão com pequenos valores, o peso de uma observação é assim atribuído como forma de estimar a precisão relativa da mesma, isto é, se assumirmos que a observação é boa, ela terá maior peso (Santos, 2006). Entretanto (Nazareno, 2012) acrescenta que o peso de uma observação é a confiança relativa de um valor observado comparado

com algum outro valor e que este peso é inversamente proporcional ao quadrado do desvio padrão correspondente a observação. No entanto (Nazareno, 2012) diz que a tarefa de atribuir pesos a uma observação é a das mais complexas em ajustamento das observações. (Nazareno, 2012; Santos, 2006) concordam que cuidados devem ser tomados na atribuição de pesos numa observação, por esta não ser uma tarefa fácil, devendo assim prestar-se atenção no tipo de instrumentos usados nas observações (Ex: Teodolito, Nível, Estação total, etc.), o operador dos próprios instrumentos, as condições climáticas para o instrumento utilizado, o horário de observação indicado e a instalação no campo de cada instrumento. Nas medições angulares os pesos são atribuídos proporcionalmente ao número de vezes em que os ângulos são medidos. No nivelamento, os pesos são inversamente proporcionais ao comprimento das seções a serem niveladas. Assim, quanto mais longa a seção nivelada menor será o peso agregado ((Nazareno, 2012).

2.3.1.4. Variância

Para o valor mais provável de um conjunto de observações, o somatório do quadrado das diferenças entre este valor mais provável e cada observação é mínimo. Amorim, (2005) refere que dividindo esse somatório pelo número de observações resulta em uma média denominada variância, cuja expressão é definida na equação (6).

$$\sigma_x^2 = \frac{v^T v}{n-1} \quad (6)$$

Segundo (Dalmolin, 1976) a covariância exprime o grau de dependência entre duas variáveis bidimensionais, no entanto (Amorim, 2005) acrescenta que a mesma, representa uma medida da correlação entre duas observações e é expressa pela seguinte formula:

$$\sigma_{x,y}^2 = \frac{v_x^T v_y}{n-1} \quad (7)$$

Os factores da variância podem ser determinados antes do processo de ajustamento sendo chamado de variância *a priori* e no final do ajustamento chamado de variância *a posteriori* (Amorim, 2005). Segundo (Filho, 2005), esses factores são de extrema importância para o estudo posterior da qualidade do ajustamento. (Cidalia Costa Fonte, 1994), acrescenta que o conhecimento desses factores nos permite determinar as matrizes dos pesos e Matrizes variância covariância.

2.3.1.5. Variância a priori

A variância da unidade de peso a priori é arbitrada, na maioria das vezes o valor escolhido é a unidade $\sigma_0^2 = 1$ (Amorim, 2005). No entanto (Fillho, 2005), acrescenta que embora seja um valor arbitrado, geralmente usa se a unidade para facilitar nos procedimentos computacionais na inversão das

matrizes nos cálculos. Segundo Gemael (1994), citado por (Gomes, 2014) a variância priori, não tem influência no vector solução dos parâmetros estimados na matriz dos coeficientes das equações normais.

2.3.1.6. Variância a posteriori

A variância a *posteriori* é estimada após o processo do ajustamento em função dos resíduos. Para se obter o sigma zero a *posteriori* aplica-se a seguinte formula (Amorim, 2005):

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{v^T P v}{r} \quad (8)$$

Segundo (Maia, 1999), a variância a *posteriori* tem utilidade no ajustamento, pois é através da comparação desta com a variância à priori que se determina a qualidade do ajustamento, no caso de haver uma diferença significativa entre esses factores de variância pode haver presença de erros grosseiros. (Coelho, 2013), acrescenta que este factor da variância é indispensável para se determinar a precisão dos parâmetros ajustados, bem como das observações ajustadas.

2.3.1.7. Matriz variância - covariância

A matriz variância e covariância (MVC) é a generalização da variância e a covariância de uma variável n-dimensional. Essa matriz é simétrica onde na diagonal principal tem as variâncias e o resto dos elementos da matriz são as covariâncias (Dalmolin, 1976). Segundo Santos (2006), a matriz variância-covariância é de fundamental importância tanto na fase de pré-ajustamento como na fase de pós-ajustamento, pois através dela se tem as precisões finais das observações ajustadas, efectuando os cálculos da confiabilidade interna da rede, bem como dos erros marginais detectáveis. É de extrema importância estimar as precisões das medidas antes do processo do ajustamento para se estabelecer as a MVC das observações (Amorim, 2005), no entanto (Carvalho e Leandro, 2007) acrescentam que a partir da MVC dos parâmetros estimados pode se determinar com que precisão os parâmetros foram estimados.

A formulação matemática para a MVC é (Amorim, 2005):

$$P = \sigma_0^2 \sum_{tb}^{-1} \quad (9)$$

2.3.1.8. Modelo Matemático

É uma representação simplificada de uma situação da vida real de uma forma simbólica e expressões matemáticas (Santos, 2006), no entanto (Fonte, 1994) diz que modelo matemático é um sistema teórico ou conceito abstrato através do qual se descreve uma situação física ou um conjunto de acontecimentos, no entanto essa descrição não acontece de forma exhaustiva. O modelo matemático expressa explicitamente as relações entre as observações e os parâmetros ajustados (Amorim, 2005). Gemael (1994) citado por (Klein, 2011) acrescenta que o modelo matemático pode envolver as observações directas, directas condicionadas e indirectas. Santos, (2006) acrescenta que o modelo

matemático torna possível uma ligação entre variáveis conhecidas e desconhecidas de um dado fenómeno em estudo, tornando simples o processo de cálculos dos mesmos. Segundo (Fonte, 1994; Klein, 2011; Santos, 2006) dizem que o modelo matemático é frequentemente composto por Modelo funcional e Modelo estocástico. Entretanto Teunissen (2003) citado por (Klein, 2011) acrescenta que a tarefa de se determinar o modelo matemático pode ser considerada “arte” da disciplina.

2.3.1.9. Modelo Funcional

O modelo funcional é o conjunto de equações que definem as condições de ajustamento, devendo ser conhecidas ou estipulados (Klein, 2011). No entanto (Fonte, 1994) diz que este modelo é composto por relações que descrevem as características físicas ou geométricas do problema em estudo. Entretanto Teunissen (2003) citado por (Klein, 2011) diz que este modelo descreve de forma teórica a realidade física do problema sendo o grau de aproximação entre a realidade física do problema e do modelo funcional adoptado ligados a um nível de incerteza aceitável que é definido pelo modelo estocástico.

2.3.1.10. Modelo Estocástico

Segundo Fonte (1994) o modelo estocástico descreve as propriedades estatísticas dos elementos do modelo funcional, isto é, a qualidade das observações que foram efectuadas. Entre tanto Santos, (2006) diz que este modelo não oferece uma solução única pois apresenta uma distribuição de soluções associada as probabilidades, isto é, os resultados são expressos em termos probabilísticos. Entre tanto Teunissen (2006) citado por (Klein, 2011) acrescenta que o modelo estocástico é de fundamental importância na determinação da qualidade da confiabilidade do ajustamento.

2.4. Ajustamento pelo método paramétrico

No método paramétrico, para cada observação de campo (ângulo e distância) formula-se ao menos uma equação baseada no modelo matemático adoptado para o ajustamento paramétrico. É importante que essas equações sejam não correlacionadas para que o sistema de resolução em (equação 3) seja possível e determinável. Para isso, o número de graus de liberdade deve ser maior que 1, ou seja, o número de equações de observações do método paramétrico deve ser maior que o número de incógnitas. Considerando-se que se tenha n observações e u parâmetros, então obtém-se um conjunto de n equações com u parâmetros com a seguinte representação matricial (equação 10).

$$L_a = F(X_a) \quad (10)$$

Em que:

- L_a é o vector ($n \times 1$) de observações ajustadas;

- X_a é o vector (u x 1) de parâmetros desconhecidos ajustados;
- $F(X_a)$ é a função matemática que relaciona as observações ajustadas com os parâmetros ajustados.

A resolução é dada pela equação do método paramétrico na sua forma explícita pela equação 11. A matriz (n x u) das derivadas parciais da função F é comumente chamada de matriz Jacobiana ou matriz A. Nela os modelos matemáticos adoptados são derivados em relação a cada um dos parâmetros que se deseja determinar para a criação da matriz A e os valores iniciais do levantamento são determinados aplicando-se os valores encontrados em campo, chamado de valores iniciais.

$$X = (A^T P A)^{-1} (A^T P L_b) = N^{-1} U \quad (11)$$

Em que:

- A é a matriz jacobiana ou matriz das derivadas das equações paramétricas em função dos parâmetros;
- P é a matriz dos pesos definidos a priori;
- L_b é o vector das observações de campo;
- N é a matriz dos coeficientes dos parâmetros desconhecidos da equação normal;
- U é a matriz das estimativas dos parâmetros desconhecidos a partir das observações.

A avaliação dos resíduos é dada pela equação 12:

$$V = AX + L \quad (12)$$

Em que:

- A corresponde à matriz jacobiana ou matriz das derivadas das equações paramétricas em função dos parâmetros;
- X corresponde ao vector dos parâmetros estimados;
- L é o vector das observações ajustadas.

4.1 Material

O levantamento geodésico, de uma forma geral, consiste em recolher todos os dados e características importantes existentes no terreno numa determinada área, para posterior representação fiel através de desenho em papel ou ambiente gráfico (Junior et al., 2014). Entretanto (Faggion, 2011), acrescenta que para essa recolha de dados, é necessário instrumentos de medição de grandezas. Para Fonte (2005), esses instrumentos nos métodos clássicos da geodesia, são a Estação Total, Teodolitos e Níveis.

O levantamento dos ângulos e distâncias foi realizado adoptando a Estação Total (ET) da Trimble M1 disponível no laboratório do curso de Licenciatura em Ciências de Informação Geográfica (CIG) do Departamento de Matemática e Informática, Faculdade de Ciências da UEM. A ET possui as suas características gerais apresentadas no anexo 1. Essa ET foi usada com um prisma reflector de diâmetro 6,25 cm que em boas condições (sem neblina, visibilidade para até 40 km) permite um alcance de até 3 km. A determinação das coordenadas da base foi realizada através de uma aplicação móvel disponível para Smartphones designada Mobile Topographer (disponível em https://play.google.com/store/apps/details?id=gr.stgrdev.mobiletopographerpro&pcampaignid=web_share), as coordenadas da base, foram extraídas com uma exactidão de 12 cm e são apresentadas conforme descreve a tabela 1.

Tabela 1: Coordenadas da base, obtidas através do Mobile Topographer na área do estudo

Generated by Mobile Topographer © 2015 S.F. Applicability Ltd.

Point:	WGS 84		UTM				Height (MSL): (m.)
	Latitude:	Longitude:	Altitude: (m.)	E: (m.)	N: (m.)	Z: (m.)	
Mr1	-25.89125736	32.64905443	13.25	464845.777	7136311.616	13.250	27.03
Mr2	-25.89095944	32.64880772	16.36	464820.975	7136344.543	16.360	30.09

Os vértices da malha implanta, foram materializados por estacas de madeira, uma vez que se tratava de um trabalho de curto prazo e consistia apenas na determinação com precisão da posição dos pilares do edifício.

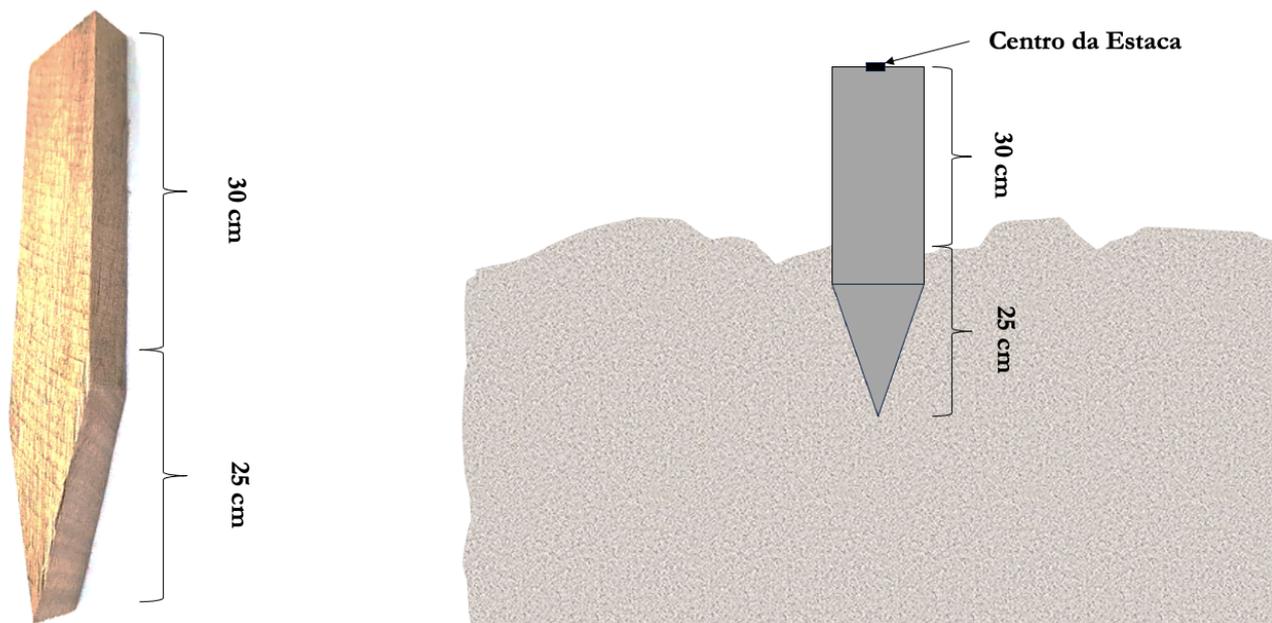


Figura 5: Características da estaca e perfil da implantação em cada vértice da malha

Para a realização das análises dos dados levantados na área de implantação do projecto, foi adoptado o programa de tratamento de dados do levantamento topográfico e geodésico o Adjust disponível em <https://Adjust.software.informer.com/download>.

O programa Adjust, é livre para uso académico e possui diversas funcionalidades úteis para o curso de Licenciatura em Ciências de Informação Geográfica incluindo o Ajustamento das Observações Topo-geodésicas. O programa permite o cálculo de observações astronómicas, cálculos geodésicos, transformações de coordenadas, estimativa de erros de observações, cálculo de curvas, cálculo de poligonais e resolução de triângulos. Além disso, o programa possui várias opções de ajustamento por MMQ para nivelamento, redes horizontais, redes geodésicas tridimensionais, redes por GNSS e ajustamento de curvas.

A representação cartográfica correspondente, foi realizado aplicando o QGIS na sua versão 3.10.5 que permitiu visualizar e confrontar os dados levantados, através da sobreposição com imagens de satélite do Open Street Map (OSM) disponíveis.

4.2 Métodos

4.2.1 Trabalho do Campo

Os trabalhos de campo são, essencialmente, um processo de observação directa. Segundo (Amorim, 2005), as observações directas são aquelas efectuadas directamente sobre a grandeza e no terreno (campo), sem que exista meios de verificação do erro, visto que o valor verdadeiro da grandeza medida é desconhecido. (Veiga et al., 2012) acrescenta que para grandezas com valores estabelecidos, a

observação directa é a comparação entre este valor (estabelecido) e o observado por meio de instrumento de medição. As fases que se seguem correspondem ao processo de observações directas.

Nos trabalhos topo-geodésicos, o reconhecimento é a fase preliminar do processo de observação directa. Segundo (Teixeira, 2004), o reconhecimento, é a fase em que habitualmente procura-se estudar a configuração do terreno, faz-se a escolha dos melhores locais para implantação de estacas para delimitar a superfície a ser levantada, bem como a procura de marcos de referência pré-existentes, e na falta destes faz-se a implantação dos pontos de referência com receptores de GNSS, entretanto (Custodio, 2011) diz que na ausência de uma base pode-se apenas escolher um ponto de partida com coordenadas conhecidas, e orientá-lo como uma bússola. A área escolhida para a implantação do projecto, não possuía num raio de 1 km pelo menos um vértice da rede geodésica nacional ou municipal, por isso, optou-se pela implantação de uma base no local, recorrendo aos GNSS.

Durante um levantamento geodésico, normalmente são determinados pontos de apoio ao levantamento e recebem o nome de pontos de apoio geodésico, estes pontos são responsáveis por fazer a amarração do levantamento (Veiga et al., 2012). (Teixeira, 2004) diz que a determinação desses pontos de apoio deve ser feita por estações activas de um receptor de GNSS, com isso (Augusto e Araujo, 1987), afirmam que uma base é um lado de uma estrutura geodésica onde primeiramente são implantados os pontos e posterior a isso mede-se a distância entre os pontos, escolhendo um dos pontos para ser o ponto de partida e com isso começam as observações de ângulos e distâncias. Neste trabalho a implantação da base consistiu na implantação de estacas e com recurso a um receptor de GNSS determinar as coordenadas dos pontos sinalizados.

Segundo (Antunes, 1995), antes das medições propriamente ditas há que definir a configuração geométrica do esqueleto de levantamento, para essa configuração podemos referir duas operações preliminares inseridas nas operações geodésicas de reconhecimento, escolha e implantação que são: materialização dos pontos de apoio e a definição das visadas. Entretanto (Augusto et al., 2007), acrescenta que esses pontos de apoio servem nos para determinar os demais pontos de interesse, pontos esses que nos permitirão fazer a representação do terreno.

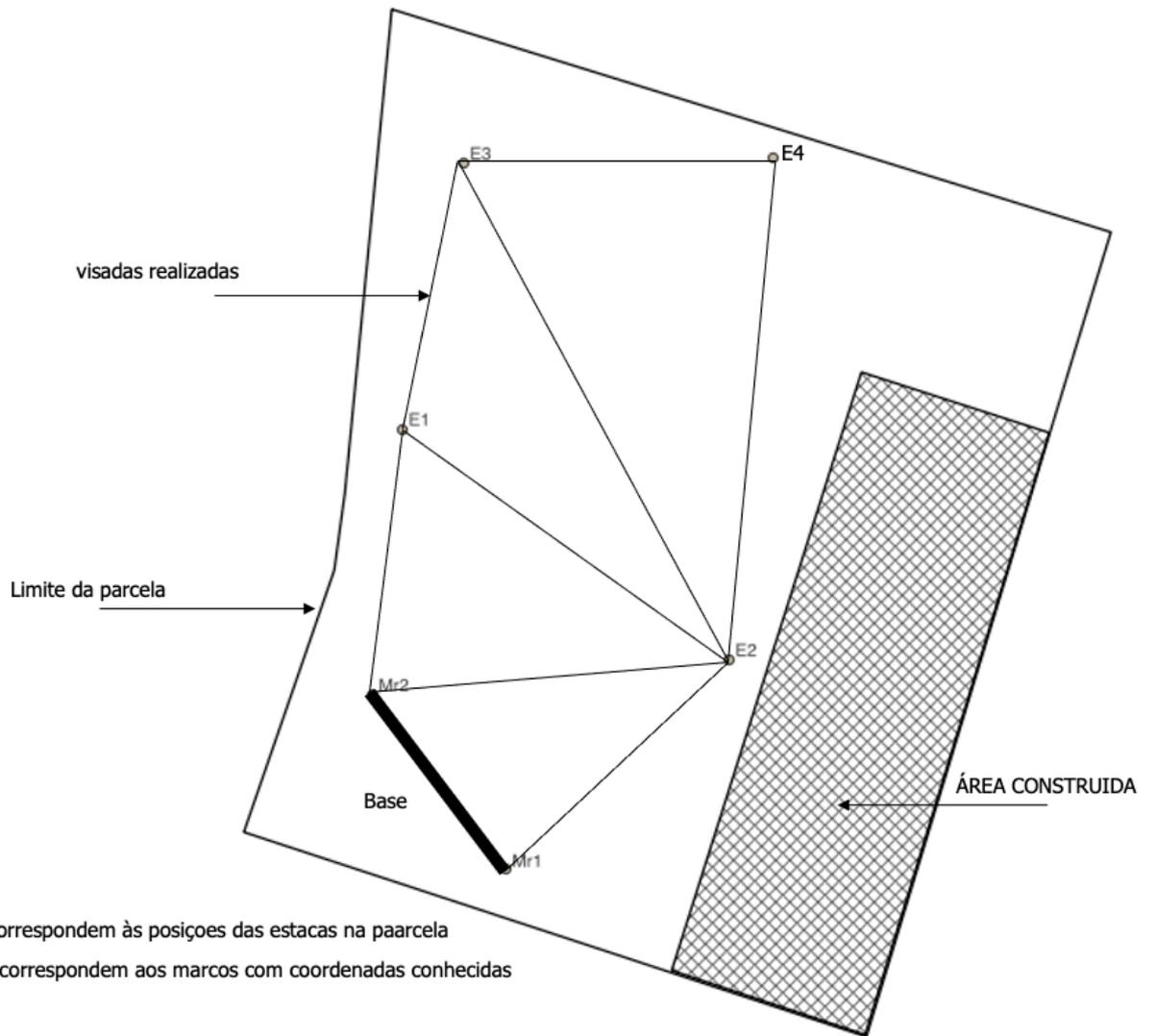


Figura 6: Disposição das estacas na parcela bem como das visadas não redundantes realizadas para determinar as coordenadas precisas dos vértices

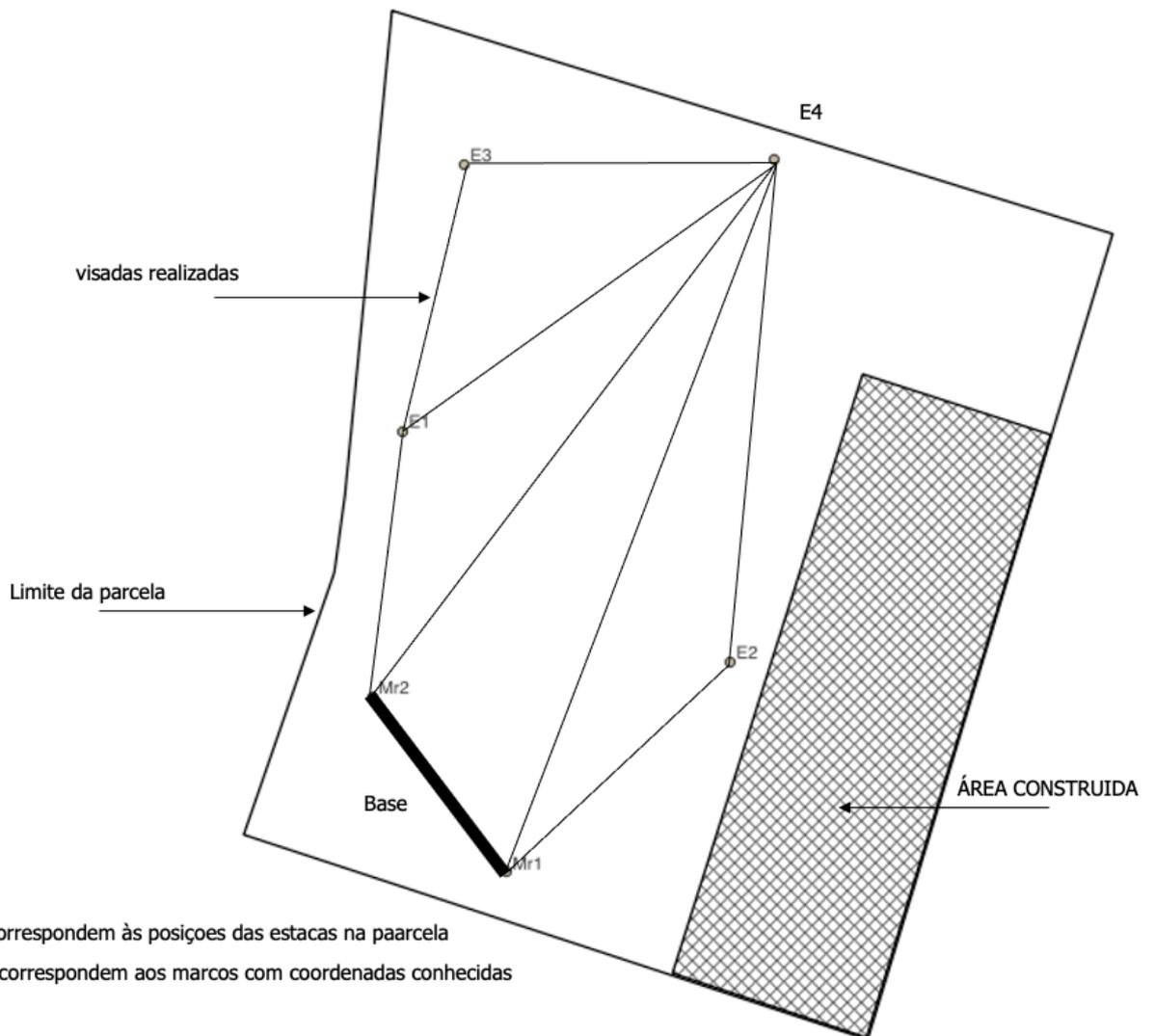


Figura 7: Disposição das estacas na parcela bem como das visadas redundantes realizadas para determinar as coordenadas precisas dos vértices

Ângulo horizontal é ângulo formado por dois planos verticais que contém as direcções formadas pelo ponto ocupado e os pontos visados, esses ângulos conjugados com as distâncias fornecem nas coordenadas planimétricas dos pontos visados (Veiga et al., 2012).

Em levantamento por meio de técnicas convencionais, a medição de ângulos e distâncias é uma das tarefas mais importantes da geodesia, pois a qualidade dos levantamentos esta relacionada com a capacidade de se obter , através de métodos e equipamentos de medição adequados, a um nível de precisão tolerável para os fins a que se destina o levantamento (Borges, 2005). Para o presente estudo os métodos usados nesta fase, para a medição de ângulos foi usado o método de ângulos isolados com repetição (que consistiu na medição do mesmo ângulo várias vezes alterando também a altura do instrumento em cada medição), para as distâncias fez-se leitura directa e inversa.

Tabela 2: Comprimentos observados entre as extremidades da malha implantada na parcela

Extremidades	Comprimento (metros)	Extremidades	Comprimento (metros)	Extremidades	Comprimento (metros)
Mr1_E2	55,53	<i>E2_E3</i>	105,40	E3_E4	56,89
	55,52		105,47		56,87
	55,49		105,46		56,85
	55,52		105,39		56,83
E2_E1	75,82	<i>E3-E1</i>	50,77	E2-E4	92,78
	75,78		50,74		92,80
	75,83		50,72		92,71
	75,80		50,73		92,78
Mr2_E2	58,70	<i>Mr2_E1</i>	59,20	E1-E4	84,53
	58,98		59,22		84,54
	58,72		59,16		84,57
	58,60		59,18		84,54
Mr2_E4	125,25	Mr1_E4	144,06		
	125,23		144,08		
	125,26		144,04		
	125,26		144,05		

4.2.2 Trabalho do Gabinete

A utilização de qualquer método de recolha de informação do terreno, requer a execução de trabalho de campo, que, no caso dos métodos clássicos de levantamentos geodésicos e da utilização dos GNSS, corresponde normalmente à recolha de dados, e a posterior execução de ajustamentos e cálculos necessários à obtenção das quantidades pretendidas, a que se chama usualmente trabalho de gabinete (Cidália Costa Fonte, 2005). Os trabalhos de gabinete envolvidos neste trabalho dizem respeito a preparação dos dados dos levantamentos realizados tendo em vista a sua inclusão no Adjust. Os trabalhos de gabinete assim como os de campo, estiveram baseados na revisão bibliográfica consistente.

Resultados e Discussão

5.1. Tratamento das Observações Lineares pelo MMQ

A estimativa dos valores mais próximos ao valor verdadeiro das grandezas lineares e angulares é feita por aplicação directa do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) que, envolve a minimização da soma dos quadrados dos resíduos em um modelo de medições com erros aleatórios nas distâncias ou ângulos. Considerando que se tem um valor L verdadeiro que se pretende estimar e temos n medições lineares $L_1, L_2, L_3, \dots, L_n$, cada uma sujeita a erros aleatórios. As medições podem ser expressas da seguinte forma:

$$L_i = L + \varepsilon_i \quad (13)$$

$i = 1, 2, 3, \dots, n$, em que ε_i corresponde ao erro de medição.

O resíduo r_i de cada medição pode ser definido como a diferença entre a medição e o valor estimado do comprimento L

$$r_i = L_i - L \quad (14)$$

A Soma dos Quadrados dos Resíduos (SQR) é dada por:

$$S(L) = \sum_{i=1}^n (r_i)^2 = \sum_{i=1}^n (L_i - L)^2 \quad (15)$$

Para minimizar a função $S(L)$ suas derivadas parciais com relação as incógnitas devem ser iguais a zero, ou seja, para encontrar o valor de L que minimiza $S(L)$, precisamos derivar a soma dos quadrados em relação a L e igualar a zero.

$$\frac{dS}{dL} = \frac{d}{dL} (\sum_{i=1}^n (L_i - L)^2) = 0 \quad (16)$$

$$\frac{d}{dL} (\sum_{i=1}^n (L_i - L)^2) = \sum_{i=1}^n 2(L_i - L)(-1) = -2 \sum_{i=1}^n (L_i - L) \quad (17)$$

$$-2 \sum_{i=1}^n (L_i - L) = 0 \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^n (L_i - L) = 0 \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^n (L_i - L) = \sum_{i=1}^n L_i - nL = 0 \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^n L_i = nL \quad (21)$$

$$L = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{n} \quad (22)$$

Com a equação (22), indica-se que o valor de L que minimiza a soma dos quadrados dos resíduos é a média aritmética das medições lineares realizadas.

Tabela 3: Distâncias entre as extremidades da malha tratadas pelo MMQ

Extremidades	Comprimento (metros)	Extremidades	Comprimento (metros)	Extremidades	Comprimento (metros)
Mr1_E2	55,53	<i>E2_E3</i>	105,40	E3_E4	56,89
	55,52		105,47		56,87
	55,49		105,46		56,85
	55,52		105,39		56,83
	55,52		105,43		56,86
E2_E1	75,82	<i>E3-E1</i>	50,77	E2-E4	92,78
	75,78		50,74		92,80
	75,83		50,72		92,71
	75,80		50,73		92,78
	75,81		50,74		92,77
Mr2_E2	58,70	<i>Mr2_E1</i>	59,20	E1-E4	84,53
	58,98		59,22		84,54
	58,72		59,16		84,57
	58,60		59,18		84,54
	58,75		59,19		84,55
Mr2_E4	125,25	Mr1_E4	144,06		
	125,23		144,08		
	125,26		144,04		
	125,26		144,05		
	125,25		144,06		

5.2. Configuração do ficheiro de dados para o Adjust para a trilateração

O Adjust possui uma estrutura específica para a inserção de dados. Essa estrutura pressupõe a indicação de todas as observações realizadas no campo que inclui a quantificação do número de vértices da malha implantada no terreno, a quantificação do número de azimutes observados, as distâncias observadas. Para o caso da estimativa das distâncias e azimutes, deve ser acompanhada pela respectiva precisão do instrumento usado (observa a figura 8).

```

12 0 1 2 6
Mr1 464845.777 7136311.616 0.002
Mr2 464820.955 7136344.543 0.002
E1 464819.964 7136403.221
E2 464878.545 7136356.427
E3 464834.405 7136452.011
E4 464891.250 7136448.333
Mr1 E2 55.52 0.002
E2 E3 105.43 0.002
E3 E4 56.86 0.002
E2 E1 75.81 0.002
E3 E1 50.74 0.002
E2 E4 92.77 0.002
Mr2 E2 58.75 0.002
Mr2 E1 59.19 0.002
E1 E4 84.55 0.002
Mr2 E4 125.25 0.002
Mr1 E4 144.05 0.002
Mr1 Mr2 41.23 0.002
Mr1 Mr2 322 59 21.10 5

```

Cabeçalho do Wolfpack: quantificação das distancias medidas, ângulos, azimutes, coordenadas da base, total de vertices da malha
Coordenadas da base
Coordenadas preliminares
Distâncias entre as extremidades da malha
Azimute de partida e a respectiva precisão

Figura 8: Estrutura do arquivo para leitura no Adjust

Sobre este ficheiro, é importante destacar que as coordenadas preliminares podem ser estimadas de três formas principais. A primeira forma diz respeito a determinação das coordenadas prelimi- res através dos cálculos tradicionais, a segunda forma diz respeito ao uso de receptores de GNSS e a última forma diz respeito ao uso de um programa de CAD ou de SIG conforme descreve (Viegas S. & Augusto R. S., 2016). No caso deste trabalho, foi adoptada a técnica de GNSS na determinação das coordenadas planimétricas preliminares.

Generated by Mobile Topographer © 2015 S.F. Applicality Ltd.

Point:	WGS 84		Altitude: (m.)	UTM			Height (MSL): (m.)
	Latitude:	Longitude:		E: (m.)	N: (m.)	Z: (m.)	
E1	-25,89051166	32,64886454	3.25	464819.964	7136403.221	3.250	27.03
E2	-25,89090312	32,64946957	6.36	464878.545	7136356.427	6.360	30.09
E3	-25,89006016	32,64898113	4.50	464834.405	7136452.011	4.500	28.25
E4	-25,89005382	32,64955318	4.50	464891.250	7136448.333	4.500	28.25

Figura 9: Coordenadas preliminares dos vértices da malha de trilateração implantada levantadas com recurso a um receptor de GNSS

5.3. Parâmetros considerados no Adjust para a realização do ajustamento da rede

O ajustamento de dados no programa Adjust, pressupõem a definição de parâmetros bem como a indicação de diferentes saídas (*outputs*) necessários para análises posteriores. A figura 10 ilustra a interface do programa nesta etapa.

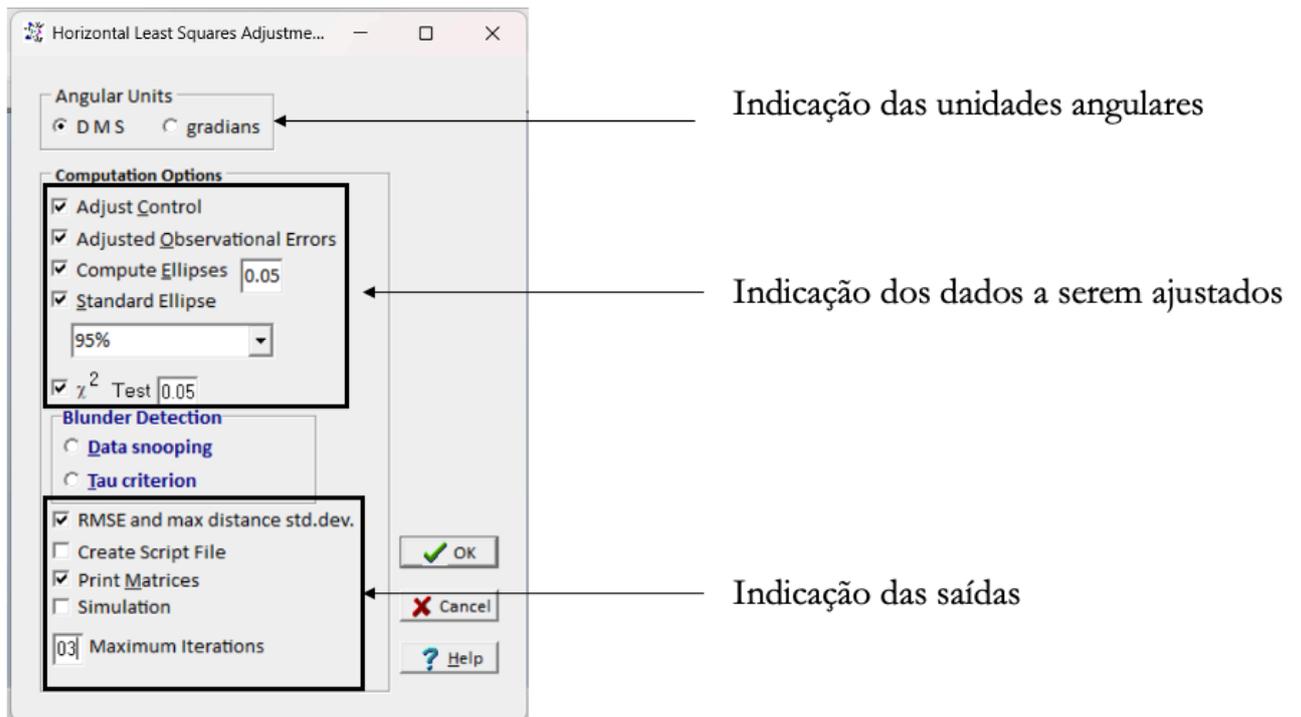


Figura 10: Principais parâmetros de entrada e as saídas no Adjust para o ajustamento da rede

A primeira funcionalidade permite especificar as unidades de medida angular utilizadas nas observações. Adicionalmente, é possível definir precisamente os dados que serão submetidos ao ajustamento, incluindo os pontos de controle (vértices com coordenadas conhecidas, que servem como referência), os valores iniciais (aproximações preliminares) e a caracterização dos erros de medição. Para análise da qualidade do ajustamento, o *Adjust* disponibiliza a visualização da elipse de erro e a aplicação do teste estatístico Qui-quadrado. Os conceitos associados aos principais parâmetros e os seus resultados esperados podem ser observados na tabela 4.

Tabela 4: Conceitos e resultados esperados da caixa de diálogo do Adjust para o ajustamento de coordenadas horizontais

Funcionalidade	Conceito	Resultado esperado
Angular Unit	Define o sistema de unidades para expressar ângulos (Graus, Minutos e Segundos).	As medições angulares serão consistentes e interpretadas correctamente pelo Adjust, permitindo cálculos precisos de posições e direcções
Adjust Control	Ajusta as coordenadas dos pontos de controle (estações com coordenadas conhecidas)	Coordenadas dos pontos de controle refinadas e consistentes com as observações, servindo como base sólida para o ajustamento da rede.
Adjusted Observational Errors	Corrige os erros de observação e estima a precisão das coordenadas ajustadas	Coordenadas ajustadas com maior precisão, juntamente com uma estimativa da incerteza associada a cada coordenada (erros padrão).
Compute Ellipses	Calcula as elipses de erros, que representam a região de confiança (definida pelo nível de significância α) para a posição de cada ponto ajustado. A opção "Standard Ellipse" define o tipo de elipse a ser calculada.	Visualização gráfica das incertezas nas coordenadas ajustadas, permitindo avaliar a precisão posicional de cada ponto na rede.
Qui-quadrado	Realiza um teste estatístico para avaliar se o modelo de ajustamento é adequado aos dados observados.	Um valor de Qui-quadrado que indica se o ajustamento é estatisticamente aceitável. Se o valor for muito alto, pode indicar erros nas observações, modelo inadequado ou erros grosseiros.
RMS and Max Distance Std. Dev	Calcula o desvio padrão médio (RMS) das distâncias e o erro radial máximo, fornecendo uma medida	Uma medida da precisão global do ajustamento da rede, permitindo avaliar a qualidade geral dos resultados.

	geral da precisão do ajustamento.
Maximum Iteration	Um ajustamento mais preciso e iterações que o algoritmo de convergente, desde que o número de ajustamento realizará. A cada iterações seja suficiente para atingir a iteração, as coordenadas são convergência. refinadas para minimizar os resíduos

No caso específico deste trabalho, o processamento dos dados envolveu a definição das unidades angulares no sistema sexagesimal, com azimute de partida (Mr1_Mr2) de 322° 59' 21.10. O ajuste das estações de controle, com incerteza de 0,002 m nas coordenadas X e Y, foi crucial, assim como a aplicação da Lei da Propagação dos Erros para ajustar e estimar a precisão das coordenadas observadas. A análise incluiu a determinação das elipses de erros, com nível de significância de 5%, e a avaliação da qualidade do ajustamento pelo teste Qui-quadrado (com uma significância de 95%), com redundância variando de 3 (para um ponto de controle) a 5 (para dois pontos de controle) dependendo do número de pontos de controle. Adicionalmente, calculou-se o desvio padrão das distâncias e o erro radial, obtendo-se 0,0121 m e 0,016 m para ajustes com um e dois pontos de controle, respectivamente. O processo de ajustamento foi refinado por meio de iterações, limitadas a um máximo de 3, buscando a convergência do somatório dos quadrados dos resíduos.

5.4. Observações de distâncias ajustadas

5.4.1. Observações lineares ajustadas com um ponto fixo

A análise dos dados da Tabela 5 referente ao ajustamento com apenas um ponto fixo (Mr1), revela um ajustamento de alta precisão para a rede de trilateração. As distâncias ajustadas apresentam alta concordância com as observadas, com resíduos na ordem de milímetros e uma distribuição aleatória, o que indica um bom ajustamento. O desvio padrão constante de 0,002 m sugere uma precisão uniforme nas medições em toda a rede. Os resíduos nas distâncias envolvendo o Mr1 são pequenos, indicando que as demais estações foram ajustadas em relação a ele. As distâncias Mr1E4 e Mr1E2 apresentam os maiores resíduos, o que indica uma maior influência dessas distâncias no ajustamento ou alguma inconsistência nas medições.

Tabela 5. Resultado do Ajustamento com apenas 1 ponto de coordenadas conhecidas (Mr 1)

(2): Mr 1 como sendo o ponto fixo				
Direcções	Distância Observada (m)	Distância Ajustada (m)	Resíduos (V) (m)	Desvio padrão (S) (m)
Mr1E2	55.52	55.517	-0.003	0.002
E2E3	105.43	105.431	0.001	0.002
E3E4	56.86	56.859	-0.001	0.002
E2E1	75.81	75.809	-0.001	0.002
E3E1	50.74	50.739	-0.001	0.002
E2E4	92.77	92.768	-0.002	0.002
Mr2E2	58.75	58.752	0.002	0.002
Mr2E1	59.19	59.191	0.001	0.002
E1E4	84.55	84.551	0.001	0.002
Mr2E4	125.25	125.248	-0.002	0.002
Mr1E4	144.05	144.053	0.003	0.002
Mr1Mr2	41.23	41.229	-0.001	0.002

A análise do ajustamento da rede de trilateração da **Tabela 6**, com Mr2 fixo, revela um cenário consistente. As distâncias ajustadas apresentam excelente concordância com as observadas, com resíduos geralmente na ordem de milímetros, indicando um bom desempenho do ajustamento. A distribuição aleatória dos resíduos, alternando entre valores positivos e negativos, é um indicativo positivo. O desvio padrão constante de 0,002 m sugere que a precisão das medições é uniforme em toda a rede. Considerando Mr2 como ponto fixo, os resíduos nas distâncias que o envolvem (Mr2E2, Mr2E1, Mr2E4, Mr1Mr2) sugerem que as coordenadas de Mr2 foram mantidas constantes durante o ajustamento, com as demais estações sendo ajustadas em relação a ele. A distância Mr1E4 apresenta o maior resíduo positivo (0.003 m), enquanto Mr1E2 apresenta o maior resíduo negativo (-0.003 m).

Tabela 6. Resultado do Ajustamento com apenas 1 ponto de coordenadas conhecidas (Mr 2)

(1): Mr 2 como sendo o ponto fixo				
Direcções	Distância Observada (m)	Distância Ajustada (m)	Resíduos (V) (m)	Desvio padrão (S) (m)
Mr1E2	55.52	55.517	-0.003	0.002
E2E3	105.43	105.431	0.001	0.002
E3E4	56.86	56.859	-0.001	0.002
E2E1	75.81	75.809	-0.001	0.002
E3E1	50.74	50.739	-0.001	0.002
E2E4	92.77	92.768	-0.002	0.002
Mr2E2	58.75	58.752	0.002	0.002
Mr2E1	59.19	59.191	0.001	0.002

E1E4	84.55	84.551	0.001	0.002
Mr2E4	125.25	125.248	-0.002	0.002
Mr1E4	144.05	144.053	0.003	0.002
Mr1Mr2	41.23	41.229	-0.001	0.002

De modo geral, ao analisar os resultados obtidos nas Tabelas 5 e 6, observa-se que os valores ajustados e os resíduos apresentam pouca variação em relação às observações, independentemente de qual ponto foi considerado como fixo individualmente. Isso sugere que, no contexto do ajuste de redes planimétricas pelo método dos mínimos quadrados (MMQ), a escolha do ponto de partida exerce uma influência mínima sobre os dados ajustados, desde que as coordenadas iniciais da base tenham sido determinadas com precisão semelhante.

5.4.2. Observações lineares ajustadas com dois pontos fixos

A análise do ajustamento da rede de trilateração que consta na Tabela 7, com Mr1 e Mr2 fixos, demonstra um cenário globalmente consistente. As distâncias ajustadas apresentam uma concordância notável com as observadas, com resíduos geralmente na ordem de milímetros. A aparente distribuição aleatória dos resíduos, com valores positivos e negativos, é um indicativo positivo da qualidade do ajustamento. O desvio padrão, predominantemente de 0,003 m, sugere uma precisão razoável nas medições em toda a rede. Considerando Mr1 e Mr2 como pontos fixos, os resíduos nas distâncias que envolvem esses pontos (Mr1E2, Mr1E4, Mr1Mr2, Mr2E2, Mr2E1, Mr2E4) são, em sua maioria, pequenos, indicando que as coordenadas desses pontos foram mantidas constantes durante o ajustamento, com as demais estações sendo ajustadas em relação a eles. A distância Mr1E4 apresenta o maior resíduo positivo (0.004 m), enquanto Mr2E4 e Mr1E2 apresentam os maiores resíduos negativos (-0.003 m).

Tabela 7. Resultado do Ajustamento com 2 pontos de coordenadas conhecidas (Mr 1 e Mr 2)

(3): Com Mr1 e Mr2 como sendo os pontos fixos				
Direcções	Distância Observada (m)	Distância Ajustada (m)	Resíduos (V) (m)	Desvio padrão (S) (m)
Mr1E2	55.52	55.517	-0.003	0.003
E2E3	105.43	105.431	0.001	0.003
E3E4	56.86	56.86	-0.001	0.003
E2E1	75.81	75.809	-0.001	0.003
E3E1	50.74	50.739	-0.001	0.003
E2E4	92.77	92.768	-0.002	0.003
Mr2E2	58.75	58.752	0.002	0.003
Mr2E1	59.19	59.191	0.001	0.003
E1E4	84.55	84.551	0.001	0.003

Mr2E4	125.25	125.248	-0.003	0.003
Mr1E4	144.05	144.054	0.004	0.003
Mr1Mr2	41.23	41.233	0.003	0.002

Ao comparar os dados ajustados com um único ponto fixo com aqueles ajustados com dois pontos fixos, observam-se diferenças notáveis tanto nos valores ajustados quanto nos resíduos. Surpreendentemente, a análise das precisões (desvios padrão) revela que os dados ajustados com um único ponto fixo demonstram maior precisão em relação aos ajustados com dois pontos fixos. Esse fenômeno pode ser explicado com base na Lei de Distribuição da Variância: no ajuste com um único ponto, a variância propagada é proveniente de uma única fonte, enquanto no ajuste com dois pontos, a variância é propagada considerando duas fontes distintas, resultando em menor precisão, ainda assim, o modelo com duas fontes de variância (Mr1 e Mr2) é considerado o mais apropriado neste estudo.

5.4.3. Análise comparativa entre os parâmetros ajustados

A análise comparativa entre os modelos de ajustamento revela uma notável consistência, com diferenças mínimas entre eles. As comparações entre o Modelo (1) e o Modelo (2) demonstram uma concordância perfeita, sem nenhuma variação detectável nas distâncias ajustadas. Ao comparar o Modelo (1) com o Modelo (3) e o Modelo (2) com o Modelo (3), observam-se pequenas discrepâncias, da ordem de milímetros, nas distâncias E3E4, Mr1E4 e Mr1Mr2. Essa pequena variação sugere que a escolha do modelo de ajustamento tem um impacto mínimo nas distâncias ajustadas, com exceção de um efeito marginal em algumas distâncias específicas.

Tabela 8. Resumo analítico das diferenças das observações ajustadas com 1 e 2 pontos de coordenadas conhecidas.

	Modelo(1)- Modelo (2)	Modelo (1)- Modelo (3)	Modelo (2)- Modelo (3)
Mr1E2	0.0000	0.000	0.000
E2E3	0.0000	0.000	0.000
E3E4	0.0000	-0.001	-0.001
E2E1	0.0000	0.000	0.000
E3E1	0.0000	0.000	0.000
E2E4	0.0000	0.000	0.000
Mr2E2	0.0000	0.000	0.000
Mr2E1	0.0000	0.000	0.000
E1E4	0.0000	0.000	0.000
Mr2E4	0.0000	0.000	0.000
Mr1E4	0.0000	-0.001	-0.001
Mr1Mr2	0.0000	-0.004	-0.004

5.5. Teste de qualidade do Ajustamento das Observações

O teste estatístico desempenha um papel fundamental no controle de qualidade do ajustamento de observações. Ele atua como um mecanismo para detectar e remover erros grosseiros no processo, além de avaliar os efeitos de erros grosseiros não detectados nos parâmetros desconhecidos. A eficácia deste teste em detectar falhas aumenta proporcionalmente ao controle exercido sobre as observações (Amorim, 2005).

No presente estudo, o teste do qui-quadrado na forma quadrática dos resíduos foi empregado para avaliar a qualidade do ajustamento. Conforme Salles (2007), a esperança matemática da distribuição qui-quadrado e o grau de liberdade (r) para o teste bilateral são válidos somente se a razão entre a variância a posteriori e a priori for igual a 1. Por sua vez, o teste bilateral compara estas variâncias para verificar se, estatisticamente, elas são iguais. Idealmente, a igualdade indicaria aprovação no teste de qualidade com 100% de significância na hipótese nula. No entanto, devido à presença de erros, essa condição raramente é satisfeita. Assim, a hipótese alternativa (variâncias diferentes) é considerada, exigindo o cálculo do qui-quadrado prático e sua comparação com os valores teóricos. Se o valor calculado estiver dentro do intervalo definido pelos limites inferior e superior do qui-quadrado teórico, o ajustamento é aprovado no teste, com um nível de significância predefinido, geralmente 95% ou 99% em trabalhos topográficos, segundo Ribeiro (2008).

Nos três casos de ajustamento analisados, todos foram aprovados no teste de qualidade com 95% de significância. No ajustamento com um ponto fixo, a redundância foi de 3 e a variância a posteriori foi

de 2,901, dentro do intervalo crítico (0,22 - 9,35). Para o ajustamento com dois pontos fixos, a redundância foi de 5 e a variância a posteriori foi de 2,942, também dentro do intervalo crítico (0,83 - 12,83) conforme consta na Tabela 9.

Tabela 9: Análise da variância à posterior dos modelos paramétricos testados

Parâmetro	Ajustamento com 1 Ponto Fixo	Ajustamento com 2 Pontos Fixos
Teste de Qualidade (Significância)	95%	95%
Grau de Redundância	3	5
Variância <i>a Posteriori</i> (σ_0^2)	2,901	2,942
Limite Inferior (Qui-Quadrado)	0,22	0,83
Limite Superior (Qui-Quadrado)	9,35	12,83
σ_0^2 Dentro do Intervalo Crítico	Sim	Sim

5.6. Coordenadas Planimétricas Ajustadas

Analisando as coordenadas obtidas por método tradicional (Receptor GNSS), observa-se que as coordenadas dos pontos de controle Mr1 e Mr2 apresentam alta consistência entre os diferentes cenários de trilateração (Mr1 fixo, Mr2 fixo e ambos fixos), com variações mínimas na ordem de milímetros. No entanto, para as estações E1, E2, E3 e E4, notam-se diferenças mais significativas nas coordenadas, dependendo do cenário de trilateração utilizado. Em geral, as coordenadas obtidas com o ponto Mr1 fixo apresentam maiores divergências em relação aos outros dois cenários, enquanto os resultados da trilateração com Mr2 fixo e com ambos os pontos fixos (Mr1 e Mr2) exibem maior concordância entre si. Essas variações indicam que a escolha do ponto de controle fixo pode influenciar a precisão das coordenadas das estações determinadas por trilateração com GNSS conforme é ilustrado nas Tabelas 10, 11 e 12.

Tabela 10: Coordenadas planimétricas obtidas pelo método paramétrico com um ponto fixo

Método Tradicional (Receptor GNSS)			(1) Trilateração: Ponto de controlo Mr1 fixo	
Estação	X (m)	Y(m)	X(m)	Y(m)
Mr1	464845,777	7136311,616	464845,777	7136311,616
Mr2	464820,955	7136344,543	464820,959	7136344,538
E1	464819,964	7136403,221	464819,184	7136403,702
E2	464878,545	7136356,427	464878,485	7136356,475
E3	464834,405	7136452,011	464834,219	7136452,163
E4	464891,250	7136448,333	464890,954	7136448,402

Tabela 11: Coordenadas planimétricas obtidas pelo método paramétrico com um ponto fixo

Método Tradicional (Receptor GNSS)			(2) Trilateração: Ponto de controlo Mr2 fixo	
Estação	X (m)	Y(m)	X(m)	Y(m)
Mr1	464845,777	7136311,616	464845,773	7136311,621
Mr2	464820,955	7136344,543	464820,955	7136344,543
E1	464819,964	7136403,221	464819,181	7136403,707
E2	464878,545	7136356,427	464878,482	7136356,48
E3	464834,405	7136452,011	464834,215	7136452,168
E4	464891,250	7136448,333	464890,950	7136448,406

Tabela 12: Coordenadas planimétricas obtidas pelo método paramétrico com dois pontos fixos

Método Tradicional (Receptor GNSS)			(3) Trilateração: Dois Pontos de controlo fixo: Mr1 e Mr2	
Estação	X (m)	Y(m)	X(m)	Y(m)
Mr1	464845,777	7136311,616	464845,776	7136311,617
Mr2	464820,955	7136344,543	464820,956	7136344,542
E1	464819,964	7136403,221	464819,184	7136403,706
E2	464878,545	7136356,427	464878,483	7136356,477
E3	464834,405	7136452,011	464834,221	7136452,166
E4	464891,250	7136448,333	464890,956	7136448,402

Conclusão e Recomendações

6.1. Conclusões

Os resultados óbitos neste estudo, permitiram chegar as seguintes conclusões:

- Na área escolhida para implantar o edifício, não existem vértices da rede geodésica pelo menos até um raio de 2 km, o que faz com que os projectos de construção civil habitacionais e os outros tipos de infra-estruturas estejam implantados sem levar em consideração o referencial planimétrico e altimétrico do Município da Cidade de Maputo;
- O uso de receptores de baixa precisão através de aplicações desenvolvidas para telemóveis como é o caso do Mobile Topographer, permitem obter coordenadas geográficas com uma precisão planimétrica e altimétrica aceitável (erro de posicionamento igual a 12 cm);
- O Método dos Mínimos Quadrados através da sua variante, o método paramétrico, é altamente preciso no processo de ajustamento de redes de trilateração;
- O ajustamento pelo método paramétrico fixo a um ponto tende a ter valores dos resíduos mais baixos se comparado com o modelo fixo a dois pontos, não obstante, o modelo fixo a dois pontos ser mais apropriado para a determinação das coordenadas ajustadas, pois no ajustamento com um ponto, a variância propagada apenas de uma fonte, o que é diferente do outro modelo;
- Todos os modelos concebidos para ajustar a rede de trilateração, passaram do teste de qualidade com uma significância de 95% o que permite aferir que o processo de obtenção de dados foi realizado com alta precisão e alta exactidão;

6.2. Recomendações

Face aos resultados alcançados neste estudo são elencadas as seguintes recomendações;

- Implantar e densificar mais vértices da rede geodésica municipal para possibilitar que os projectos de construção cível nesta e ou noutras regiões seja feita obedecendo o referencial geodésico municipal;
- Aplicar outros métodos como é o caso da triangulação assim como a combinação entre a triangulação e a trilateração ao processo de ajustamento das observações de redes geodésicas para melhorar a sua precisão.

Referências Bibliográficas

1. Almeida, R. F., Silva, T. M., & Oliveira, H. A. (2019). **A Importância Do Adensamento Da Rede Geodésica Em Áreas Urbanas**. *Revista Brasileira De Geodésia*, 34(2), 145-162.
2. Amorim, G. P. (2005). **Módulo 7: Ajustamento de Observações**. Ministério Da Educação Secretaria De Educação Média E Tecnológica Centro Federal De Educação Tecnológica Do Espírito Santo Gerência De Apoio Ao Ensino Coordenadora De Recursos Didáticos
3. Antunes, C. (DMFCUL). (1995). **Levantamentos topográficos**. Universidade de Lisboa (Faculdade de Ciências), Lisboa.
4. Augusto, C., & Araujo, S. (1987). **Apostila de Topografia Prática**.
5. Augusto, L., Veiga, K., & Zanetti, M. A. Z. (2007). **Fundamentos de topografia**.
6. Bisognin, M. G. T. (2006). **Ajustamento De Linha Poligonal No Elipsóide**, 117.
7. Borges, P. A. F. (2005). **Topografia Aplicada Ao Georreferenciamento**. Cuiabá.
8. Carvalho, A. S., & Leandro, D. (2007). **Verificação Da Precisão Das Coordenadas Ajustadas Em Poligonal Fechada E Enquadrada**. Alessandro Salles Carvalho Diuliana Leandro. *Congresso Brasileiro de Cartografia, Rio de Janeiro, Brasil*, (October), 323–331.
9. Chandra, A. (2000). **Surveying : Problem Solving With Theory and Objective Type Questions**.
10. Coelho, L. (2013). **Acurácia na determinação das coordenadas dos vértices de imóveis urbanos**. *Aleph*.
11. Costa, L. F., & Santos, P. R. (2021). **Integração De Redes Geodésicas Com Sistemas De Informação Geográfica: Um Novo Paradigma Da Geoinformática**. *Geoinformatics And Spatial Analysis*, 16(3), 88-104.
12. Custodio, D. (2011). **Topografia 1**.
13. Dalmolin, Q. (1976). **Ajustamento das observações pelo processo iterativo**. Universidade Federal do Paraná.
14. Dalmolin, Q. (1976). **Ajustamento De Observações Pelo Processo Iterativo**, (D), 95.
15. Faggion, P. L. (2011). **Considerações Sobre A Instrumentação Topográfica**.
16. Filho, C. A. Z. (2005). **Utilização De Técnicas De Poligonação De Precisão Para O Monitoramento De Pontos Localizados Em Galerias De Inspeção: Estudo De Caso Da U.H. De Salto Caxias Curitiba**. Universidade Federal Do Paraná Utilização.
17. Fonte, Cidália Costa. (1994). **Ajustamento De Observações Utilizando O Método Dos Mínimos Quadrados**.
18. Fonte, Cidália Costa. (2005). **Textos de apoio de Topografia**. *ENGENHARIA CIVIL*.

19. Freitas, C. S., & Oliveira, J. M. (2019). **Métodos De Ajustamento Geodésico: Aplicações Práticas**. Revista De Metodologia E Análise Espacial, 22(1), 23-37.
20. Freitas, G. L. (2019). **Ajustamento De Rede Geodésica 3d Por Trilateração**. 110.
21. Ghilani, C. D. ., & Wolf, P. R. . (2012). **Elementary surveying : an introduction to geomatics**. Pearson Prentice Hall.
22. Ghilani, C. D. P. R. W. (2006). **Adjustment Computations Adjustment**.
23. Ghilani, C. D. P. R. W. (2006). **Adjustment Computations Adjustment**.
24. Gomes, J. de P. S. (2014). **Ajuste De Poligonal Fechada Em “Loop” Pelo Mmq Com Variação Das Precisões Das Observações**.
25. Jesus, A. C. de;Antônio S. S. O. D. I. M. C. R. (2014). *Software Para Ajustamento De Observações*. (September 2005). <https://doi.org/10.13140/2.1.2253.1842>
26. Junior, J. machado C., Neto, F. cartaxo R., & Andrade, julio da S. C. O. (2014). **Topografia Geral** (J. machado Coelho Junior, F. cartaxo R. Neto, & J. da S. C. O. Andrade, Eds.). Recifr: EDUFRPE.
27. Klein, I. (2011). **Controle De Qualidade No Ajustamento De Observações Geodésicas**, 310.
28. Klein, I., & VERONEZ, M. T. M. S. F. D. S. M. R. (2011). **Ajustamento De Observações: Uma Interpretação Geométrica Para O Método Dos Mínimos Quadrados**.
29. Lima, P. S., & Pereira, R. G. (2020). **Obras De Infraestrutura E A Geodésia: Contribuições E Desafios**. Jornal De Engenharia Civil, 17(5), 245-259.
30. Maia, T. C. B. (1999). **Estudo E Análise De Poligonais Segundo A Nbr 13.133 E O Sistema De Posicionamento Global**. Universidade de São Paulo.
31. Melo, W. D., & Souza, A. D. (2012). **Utilização Do Programa Ajust Em Ajustamento De Triangulações E Trilaterações**. Brasil - Pernambuco: Universidade Federal De Pernambuco - UFPE.
32. Moraes, C. V. (1997). **Aplicação Do Ajustamento Às Poligonais**. Curitiba
33. Nazareno, N. R. X. (2012). **ajustamento de observações**. 95.
34. Pinto, G. S., & Souza, E. R. (2021). **Capacitação Em Geodésia: Desafios E Oportunidades**. Revista De Educação Em Engenharia, 12(3), 87-101.
35. Plag, H. P., & Pearlman, M. (2009). **Global geodetic observing system: Meeting the requirements of a global society on a changing planet in 2020**. In *Global Geodetic Observing System: Meeting the Requirements of a Global Society on a Changing Planet in 2020*. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-02687-4>
36. Rocco, J. (2013). **Obras Metroviárias**.
37. Santos, A. J. P. (2006). **Proposta De Ajustamento Para Melhoria Da Confiabilidade E Precisão Dos Pontos De Redes Geodésicas Para Fins Topográficos Locais**. Universidade de São Paulo.

38. Santos, P. C. (2012). **Cem Anos De Geodesia Em Moçambique, Da Missão Geodésica Da África Oriental Ao Protocolo De Cooperação Luso-Moçambicano.**
39. Schunemann, A. L. (2005). **Ordenação Dos Parâmetros Para Ajustamento E Análise Da Qualidade De Redes Geodésicas Altimétricas Geométricas**, 94.
40. Segundo, D. V., & Schmidt, M. A. R. (2016). **Ajustamento De Poligonais De Controle Para Locação De Obras De Engenharia** Adjustments of control polygonals for civil building location Denilson. *Revista Eletronica de Engenharia*, 11, 67–79.
41. Silva, A. P., & Santos, L. R. (2018). **Ajuste De Redes Geodésicas Por Métodos Paramétricos.** *Revista Brasileira De Geomática*, 10(4), 200-215.
42. Teixeira, R. (2004). **Apostila de Topografia.**
43. Veiga, L. A. K., & Faggion, M. A. Z. Z. P. L. (2012). **Fundamentos de topografia.**
44. Viegas S., D., & Augusto R. S., M. (2016). **Ajustamento De Poligonais De Controle Para Locação De Obras De Engenharia** (doi:10.5216/reec.V11i1.33819). REEC - Revista Eletrônica de Engenharia Civil, 11(1). <https://doi.org/10.5216/reec.v11i1.33819>.

ANEXOS

Anexo 1: Especificações da Estação Total Utilizada nos trabalhos de campo

DATASHEET

TRIMBLE M1 DR TOTAL STATION

KEY FEATURES

2" and 5" angle accuracies

Prism and DR measurements

Fast, accurate EDM provides fast, reliable measurements

Long life **Li-ion Battery**

Easy-to-use keypad

Rugged and lightweight system design

DEPENDABILITY FOR YOUR SURVEY CREWS

The Trimble® M1 DR Total Station is a versatile, easy to use, conventional surveying instrument that provides Trimble dependability at an affordable price.

You work in demanding environments and require reliable and efficient equipment that will work as hard as you do. The Trimble M1 DR Total Station is a compact, lightweight, and rugged total station tough enough for everyday use.

PROVEN RANGE, ACCURACY, AND QUALITY FROM TRIMBLE

Available in 2" dual face or 5" single face models, the Trimble M1 meets your specific accuracy requirements. Both Trimble M1 models provide 3000 m range to a single prism and up to 400 m DR (Direct Reflex) range to non-reflective surfaces.

The EDM in the M1 provides high precision measurements to both reflective and non-reflective surfaces and includes improved measurement speed for fast and accurate results in typical surveying environments.

Equipped with legendary Nikon optics, the Trimble M1 provides proven clarity, quality and precision. The result is efficient operation and comfort throughout the workday.

SIMPLE, INTUITIVE ONBOARD SOFTWARE

The M1 includes easy-to-use dual or single face keypads to operate the instrument. The intuitive and field-proven interface and onboard data collection software is fast to learn so that you can have your crews up and running quickly. The backlit display is easy to see in low light environments. Two user-programmable measure keys allow you to separately configure measurement parameters, eliminating time switching between measurement modes.

BLUETOOTH CONNECTIVITY TO EXTERNAL CONTROLLER

Each M1 instrument comes standard with an integrated wireless Bluetooth® connection. Through this connection, users can control the instrument using the power of Trimble Access™ field software on an external controller such as the Trimble TSC3. Measurements are stored directly in the Trimble Access job on the external controller. Use the Trimble M1 seamlessly right along with other Trimble solutions on the job site.

RUGGED, LIGHTWEIGHT AND FEATURE PACKED FOR LONG DAYS IN THE FIELD

The Trimble M1 is small, lightweight, and durable, allowing for easy transport in and around the job site. Each system comes with two rechargeable long life Li-ion batteries and a dual battery charger providing enough power for even the longest of field days.

A visible coaxial red laser pointer is included for fast and easy aiming along with internal optical plummet for easy known point setups.

Packed with all these features and more, the Trimble M1 DR Total station is ready to become a trusted piece of your everyday surveying equipment set.



TRIMBLE M1 TOTAL STATION

DISTANCE MEASUREMENT

Range with specified prisms
 Good conditions¹ (No haze, visibility over 40 km (25 miles))
 With reflector sheet 5 cm x 5 cm (2 in x 2 in) 1.5 m to 200 m
 (4.9 ft to 656 ft)
 With single prism 6.25 cm (2.5 in) 3,000 m (9,842 ft)
 Reflectorless mode

	Good	Normal	Difficult
KGC (18%) ¹	250 m (820 ft)	200 m (656 ft)	150 m (492 ft)
KGC (90%) ¹	400 m (1312 ft)	350 m (1148 ft)	250 m (820 ft)

Accuracy ISO 17123-4 (Precise mode)

Prism² ±(2+2 ppm x D) mm
 Reflectorless/Reflector sheet³ ±(3+2 ppm x D) mm
 Measuring interval⁴
 Prism mode
 Precise mode 1.8 sec.
 Normal mode 0.8 sec.
 Reflectorless mode
 Precise mode 1.8 sec.
 Normal mode 1.0 sec.
 Least count
 Precise mode 1 mm (0.002 ft)
 Normal mode 10 mm (0.02 ft)

ANGLE MEASUREMENT

ISO 17123-3 accuracy (horizontal and vertical) 2"/0.6 mgon
 5"/1.5 mgon
 Reading system Photoelectric detection by incremental encoder
 Circle diameter 88 mm (3.46 in)
 Horizontal angle 2: Diametrical
 5": Single
 Vertical angle Single
 Minimum increment (Degree, Gon, MIL6400) Degree: 1/5/10"
 Gon: 0.2/1/2 mgon
 MIL6400: 0.005/0.02/0.05 mil

TELESCOPE

Tube length 125 mm (4.9 in)
 Image Erect
 Magnification 30x (18x/36x with optional eyepieces)
 Effective diameter of objective 45 mm (1.8 in)
 EDM diameter 50 mm (1.97 in)
 Field of view 1°20'
 Resolving power 3"
 Minimum focusing distance 1.5 m (4.9 ft)
 Laser Pointer Coaxial Red Light

1 Kodak Gray Card, Catalog number E1527795.
 2 ±(2+3 ppm x D) mm -20 °C to -10 °C, +40 °C to +50 °C (-4 °F to +14 °F, +104 °F to +122 °F)
 1.5 m to 5 m ±(5 + 3 ppm x D) mm.
 3 1.5 m to 5 m ±(10 + 3 ppm x D) mm.
 4 Measuring time may vary depending on measuring distance and conditions. Specification based on average of multiple measurements.
 5 Battery life specification at 25 °C (77 °F). Operation time may be shorter if battery is not new. Operation time may be shorter in low temperatures.

TILT SENSOR

Type Single-axis
 Method Liquid-electric detection
 Compensation range ±3'
 Setting accuracy 1"

COMMUNICATIONS

Communication ports 1 x serial (RS-232C)
 Wireless communications Integrated Bluetooth
 Raw and coordinate data formats Nikon, SDR2x, SDR33

POWER

Clip-on Li-ion battery
 Output voltage 3.8 V DC
 Operating time⁵ approx. 11 hours (distance/angle measurement every 30 seconds)
 approx. 22 hours (continuous angle measurement)
 Charging time, full charge 4 hours

GENERAL SPECIFICATIONS

Level vials
 Sensitivity of Plate level vial 30/2 mm
 Sensitivity of Circular level vial 10/2 mm
 Optical plummet
 Image Erect
 Magnification 3x
 Field of view 5°
 Focusing range 0.5 m (1.6 ft) to ∞
 Display 2": Both sides, backlit, graphic LCD (128 x 64 pixel);
 5": Single side, backlit, graphic LCD (128x64 pixel);
 Optional 2nd face display available for 5" models.
 Point memory 10,000 records
 Dimensions (W x D x H) 168 mm x 173 mm x 355 mm
 (6.6 in x 6.8 in x 13.1 in)
 Weight (approx.)
 Main unit (without battery) 4.9 kg (10.8 lb)
 BC-65 battery 0.1 kg (0.2 lb)
 Carrying case 2.5 kg (5.5 lb)
 Dual charger and AC adaptor 0.6 kg (1.3 lb)

ENVIRONMENTAL

Ambient temperature range -20 °C to +50 °C (-4 °F to +122 °F)
 Atmospheric correction
 Temperature range -40 °C to +60 °C (-40 °F to +140 °F)
 Barometric pressure 400 mmHg to 999 mmHg/533 hPa to
 1,332 hPa/15.8 inHg to 39.3 inHg
 Dust and water protection IP54

CERTIFICATION

Class B Part 15 FCC certification, CE Mark approval.
 Laser safety IEC60825-1:2007
 Reflectorless mode: Class 1
 Laser Pointer : Class 2
 Prism mode: Class 1

© 2013, Trimble Navigation Limited. All rights reserved. Trimble and the Globe & Triangle logo are trademarks of Trimble Navigation Limited, registered in the United States and in other countries. Access is a trademark of Trimble Navigation Limited. The Bluetooth word mark and logos are owned by the Bluetooth SIG, Inc. and any use of such marks by Trimble Navigation Limited is under license. All other trademarks are the property of their respective owners. PN 022516-001 (10/13)

Bluetooth type approvals are country specific.
 Specifications subject to change without notice.



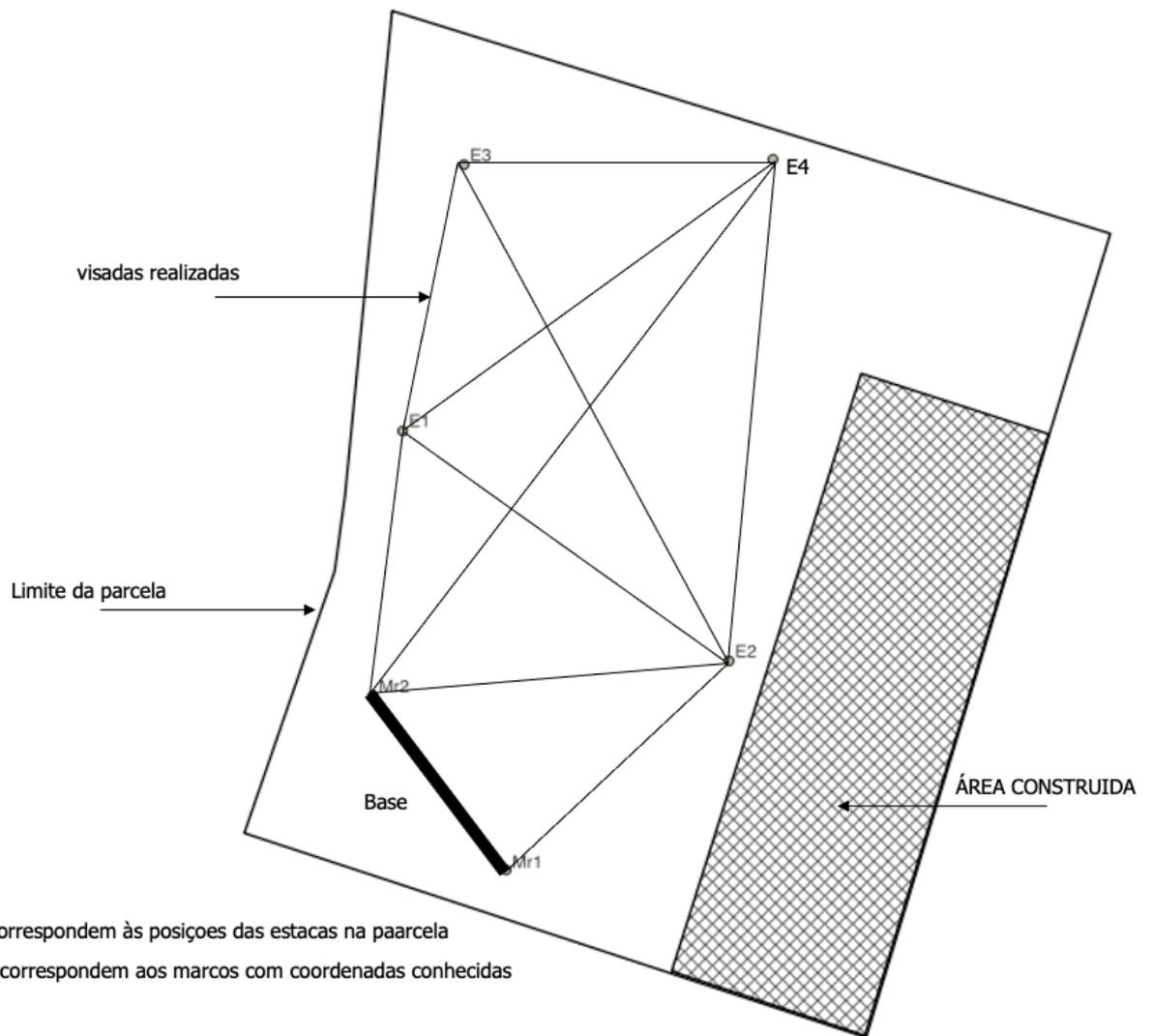
NORTH AMERICA
 Trimble Navigation Limited
 10368 Westmoor Dr
 Westminster CO 80021
 USA

EUROPE
 Trimble Germany GmbH
 Am Prime Parc 11
 65479 Raunheim
 GERMANY

ASIA-PACIFIC
 Trimble Navigation
 Singapore Pty Limited
 80 Marine Parade Road
 #22-06, Parkway Parade
 Singapore 449269
 SINGAPORE



Anexo 2: Esquema de observações realizadas na parcela



E1,2,..4, correspondem às posições das estacas na parcela
Mr1, Mr2, correspondem aos marcos com coordenadas conhecidas

Anexo 3: Relatório do Adjust ilustrando os resultados do ajustamento da rede geodésica de trilateração com uma coordenada conhecida (Mr1)

```

-----
Simulacao: Trilateracao na malha levantada
-----
Number of Control Stations      - 1
Number of Unknown Stations     - 6
Number of Distance observations - 12
Number of Angle observations   - 0
Number of Azimuth observations - 1

*****
Initial approximations for unknown stations
*****
Station      X      Y
=====
Mr2  464,820.955  7,136,344.543
E1   464,819.964  7,136,403.221
E2   464,878.545  7,136,356.427
E3   464,834.405  7,136,452.011
E4   464,891.250  7,136,448.333

Control Stations
~~~~~
Station      X      Y      Sx      Sy
=====
Mr1  464,845.777  7,136,311.616  0.0010  0.0010

*****
Distance Observations
*****
Station      Station      Distance      S
Occupied    Sighted
=====
Mr1      E2      55.520      0.002
E2      E3      105.430     0.002
E3      E4      56.860      0.002
E2      E1      75.810      0.002
E3      E1      50.740      0.002
E2      E4      92.770      0.002
Mr2      E2      58.750      0.002
Mr2      E1      59.190      0.002
E1      E4      84.550      0.002
Mr2      E4      125.250     0.002
Mr1      E4      144.050     0.002
Mr1      Mr2     41.230      0.002

*****
Azimuth Observations
*****
Station      Station      Azimuth      S
Occupied    Sighted
=====
Mr1      Mr2      322°59'21.10"  5.000"

Notice: Matrices are written to the file D:\Wolfpack_Monografia\Trilateracao_Base_Mr1.MAT

*****
Adjusted stations
*****
Station      X      Y      Sx      Sy      Su      Sv      t      r(99%)
=====
Mr1  464,845.777  7,136,311.616  0.0010  0.0010  0.0010  0.0010  45.00°  0.0030
Mr2  464,820.959  7,136,344.538  0.0017  0.0020  0.0022  0.0014  142.99°  0.0059
E1   464,819.184  7,136,403.702  0.0050  0.0027  0.0051  0.0026  79.99°  0.0133
E2   464,878.485  7,136,356.475  0.0027  0.0030  0.0036  0.0018  139.03°  0.0095
E3   464,834.219  7,136,452.163  0.0077  0.0027  0.0077  0.0027  86.80°  0.0200
E4   464,890.954  7,136,448.402  0.0073  0.0036  0.0080  0.0017  114.06°  0.0207

-----
RMSE radial error: 0.0121
-----

*****
Adjusted Distance Observations
*****
Station      Station      Distance      V      S
Occupied    Sighted
=====
Mr1      E2      55.517     -0.0027  0.0017
E2      E3      105.431     0.0007  0.0017
E3      E4      56.859     -0.0005  0.0019
E2      E1      75.809     -0.0011  0.0018
E3      E1      50.739     -0.0007  0.0018
E2      E4      92.768     -0.0017  0.0016
Mr2      E2      58.752      0.0020  0.0018
Mr2      E1      59.191      0.0007  0.0018
E1      E4      84.551      0.0013  0.0017
Mr2      E4      125.248     -0.0023  0.0016
Mr1      E4      144.053      0.0031  0.0016

```

```

Mr1      Mr2      41.229  -0.0010  0.0020
*****
Root mean square error of distance uncertainties: ±0.002
Mean distance uncertainty: ±0.011 at 99%
Maximum distance uncertainty from 15 possible distances at 99%:
      Mr1-E3  length: 141.022  S: ±0.015
*****

```

```

*****
Adjusted Azimuth Observations
*****
      Station  Station
      Occupied Sighted
=====
      Mr1      Mr2      322°59'21.10"  0.000"  5.000"
=====

```

```

*****
Adjustment Statistics
*****
      Iterations = 3
      Redundancies = 3

      Reference Variance = 2.901
      Reference So = ±1.7

Passed X² test at 95.0% significance level!
      X² lower value = 0.22
      X² upper value = 9.35
A priori value of 1 used for reference variance
in computations of statistics.
Convergence!

```

Anexo 4: Relatório do Adjust ilustrando os resultados do ajustamento da rede geodésica de trilateração com uma coordenada conhecida (Mr2)

```

-----
Simulacao: Trilateracao na malha levantada
-----
Number of Control Stations      - 1
Number of Unknown Stations     - 6
Number of Distance observations - 12
Number of Angle observations   - 0
Number of Azimuth observations - 1

*****
Initial approximations for unknown stations
*****
Station      X      Y
=====
Mr1  464,845.777  7,136,311.616
E1   464,819.964  7,136,403.221
E2   464,878.545  7,136,356.427
E3   464,834.405  7,136,452.011
E4   464,891.250  7,136,448.333

Control Stations
~~~~~
Station      X      Y      Sx      Sy
=====
Mr2  464,820.955  7,136,344.543  0.0010  0.0010

*****
Distance Observations
*****
Station      Station      Distance      S
Occupied    Sighted
=====
Mr1      E2      55.520      0.002
E2      E3      105.430     0.002
E3      E4      56.860      0.002
E2      E1      75.810      0.002
E3      E1      50.740      0.002
E2      E4      92.770      0.002
Mr2      E2      58.750      0.002
Mr2      E1      59.190      0.002
E1      E4      84.550      0.002
Mr2      E4      125.250     0.002
Mr1      E4      144.050     0.002
Mr1      Mr2     41.230      0.002

*****
Azimuth Observations
*****
Station      Station      Azimuth      S
Occupied    Sighted
=====
Mr1      Mr2      322°59'21.10"  5.000"

Notice: Matrices are written to the file D:\Wolfpack_Monografia\Trilateracao_Base_Mr2.MAT

*****
Adjusted stations
*****
Station      X      Y      Sx      Sy      Su      Sv      t      r(99%)
=====
Mr2  464,820.955  7,136,344.543  0.0010  0.0010  0.0010  0.0010  45.00°  0.0030
Mr1  464,845.773  7,136,311.621  0.0017  0.0020  0.0022  0.0014  142.99°  0.0059
E1   464,819.181  7,136,403.707  0.0049  0.0021  0.0049  0.0021  85.18°  0.0128
E2   464,878.482  7,136,356.480  0.0024  0.0034  0.0037  0.0018  151.40°  0.0098
E3   464,834.215  7,136,452.168  0.0076  0.0024  0.0076  0.0024  91.32°  0.0198
E4   464,890.950  7,136,448.406  0.0073  0.0042  0.0082  0.0017  118.31°  0.0213

-----
RMSE radial error: 0.0121
-----

*****
Adjusted Distance Observations
*****
Station      Station      Distance      V      S
Occupied    Sighted
=====
Mr1      E2      55.517     -0.0027  0.0017
E2      E3      105.431     0.0007  0.0017
E3      E4      56.859     -0.0005  0.0019
E2      E1      75.809     -0.0011  0.0018
E3      E1      50.739     -0.0007  0.0018
E2      E4      92.768     -0.0017  0.0016
Mr2      E2      58.752      0.0020  0.0018
Mr2      E1      59.191      0.0007  0.0018
E1      E4      84.551      0.0013  0.0017
Mr2      E4      125.248     -0.0023  0.0016
Mr1      E4      144.053      0.0031  0.0016

```

Mr1 Mr2 41.229 -0.0010 0.0020

Root mean square error of distance uncertainties: ±0.002
Mean distance uncertainty: ±0.011 at 99%
Maximum distance uncertainty from 15 possible distances at 99%:
Mr1-E3 length: 141.022 S: ±0.015

Adjusted Azimuth Observations

Station Occupied	Station Sighted	Azimuth	V	S"
Mr1	Mr2	322°59'21.10"	0.000"	5.000"

Adjustment Statistics

Iterations = 3
Redundancies = 3

Reference Variance = 2.901
Reference So = ±1.7

Passed X² test at 95.0% significance level!
X² lower value = 0.22
X² upper value = 9.35
A priori value of 1 used for reference variance
in computations of statistics.
Convergence!

Anexo 5: Relatório do Adjust ilustrando os resultados do ajustamento da rede geodésica de trilateração com duas coordenadas conhecidas (Mr_1 e Mr_2)

```

-----
Simulacao: Trilateracao na malha levantada
-----
Number of Control Stations      - 2
Number of Unknown Stations     - 6
Number of Distance observations - 12
Number of Angle observations   - 0
Number of Azimuth observations - 1

*****
Initial approximations for unknown stations
*****
Station      X      Y
-----
E1  464,819.964  7,136,403.221
E2  464,878.545  7,136,356.427
E3  464,834.405  7,136,452.011
E4  464,891.250  7,136,448.333

Control Stations
~~~~~
Station      X      Y      Sx      Sy
-----
Mr1  464,845.777  7,136,311.616  0.0010  0.0010
Mr2  464,820.955  7,136,344.543  0.0010  0.0010

*****
Distance Observations
*****
Station  Station  Distance  S
Occupied  Sighted
-----
Mr1      E2      55.520    0.002
E2      E3     105.430    0.002
E3      E4      56.860    0.002
E2      E1      75.810    0.002
E3      E1      50.740    0.002
E2      E4      92.770    0.002
Mr2      E2      58.750    0.002
Mr2      E1      59.190    0.002
E1      E4      84.550    0.002
Mr2      E4     125.250    0.002
Mr1      E4     144.050    0.002
Mr1      Mr2     41.230    0.002

*****
Azimuth Observations
*****
Station  Station  Azimuth  S
Occupied  Sighted
-----
Mr1      Mr2     322°59'21.10"  5.000"

Notice: Matrices are written to the file D:\Wolfpack_Monografia\Codigo_trilateracao.MAT

*****
Adjusted stations
*****
Station      X      Y      Sx      Sy      Su      Sv      t      r(99%)
-----
Mr1  464,845.776  7,136,311.617  0.0015  0.0015  0.0016  0.0014  142.99°  0.0045
Mr2  464,820.956  7,136,344.542  0.0015  0.0015  0.0016  0.0014  142.99°  0.0045
E1  464,819.184  7,136,403.706  0.0080  0.0035  0.0081  0.0034  83.10°  0.0211
E2  464,878.483  7,136,356.477  0.0040  0.0050  0.0058  0.0028  145.12°  0.0151
E3  464,834.221  7,136,452.166  0.0124  0.0039  0.0124  0.0039  89.24°  0.0322
E4  464,890.956  7,136,448.402  0.0119  0.0061  0.0131  0.0024  115.97°  0.0340

-----
RMSE radial error: 0.0186
-----

*****
Adjusted Distance Observations
*****
Station  Station  Distance  V      S
Occupied  Sighted
-----
Mr1      E2      55.517  -0.0031  0.0029
E2      E3     105.431  0.0007  0.0029
E3      E4      56.860  -0.0005  0.0032
E2      E1      75.809  -0.0011  0.0030
E3      E1      50.739  -0.0006  0.0030
E2      E4      92.768  -0.0021  0.0027
Mr2      E2      58.752  0.0022  0.0031
Mr2      E1      59.191  0.0007  0.0031
E1      E4      84.551  0.0012  0.0029
Mr2      E4     125.248  -0.0025  0.0027
Mr1      E4     144.054  0.0036  0.0026

```

Mr1 Mr2 41.233 0.0029 0.0020

Root mean square error of distance uncertainties: ±0.003
Mean distance uncertainty: ±0.012 at 99%
Maximum distance uncertainty from 15 possible distances at 99%:
Mr2-E3 length: 108.439 S: ±0.016

Adjusted Azimuth Observations

Station Occupied	Station Sighted	Azimuth	V	S"
Mr1	Mr2	322°59'21.12"	0.015"	7.003"

Adjustment Statistics

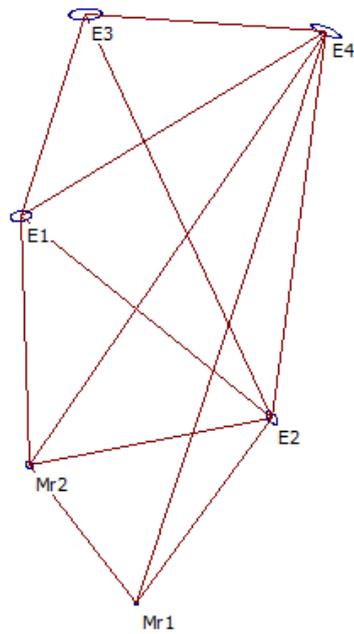
Iterations = 3
Redundancies = 5

Reference Variance = 2.942
Reference So = ±1.7

Failed to pass X² test at 95.0% significance level!
X² lower value = 0.83
X² upper value = 12.83
Convergence!

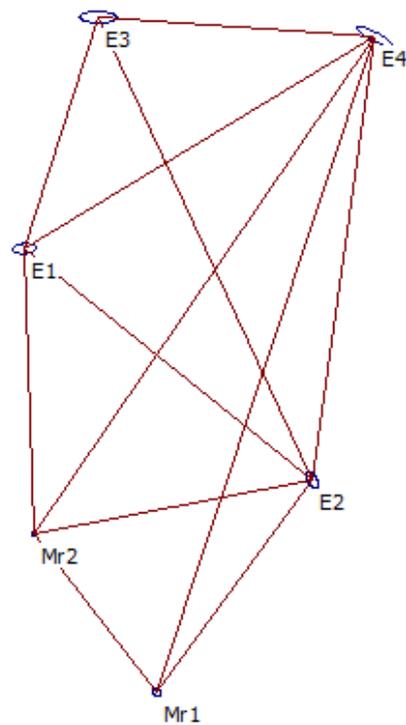
Anexo 6: Elipse dos erros para um ponto fixo (Mr1)

Ellipse scale exaggeration 500.
Drawing scale is 1:0



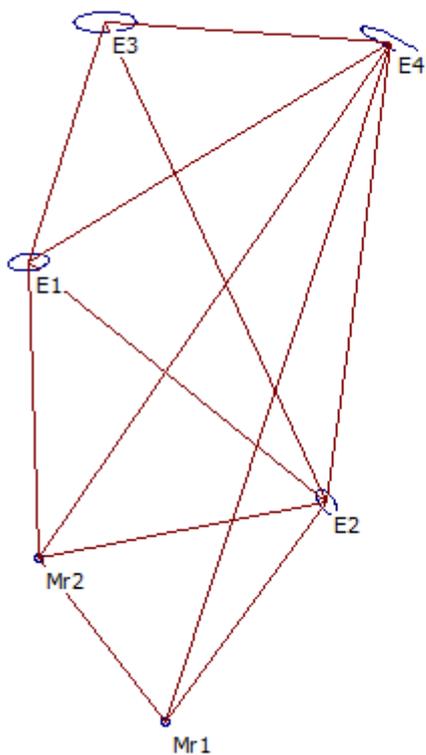
Anexo 7: Elipse dos erros para um ponto fixo (Mr2)

Ellipse scale exaggeration 500.
Drawing scale is 1:0



Anexo 8: Elipse dos erros para com dois pontos fixos (Mr1 e Mr2).

Ellipse scale exaggeration 500.
Drawing scale is 1:0



Anexo 9: Características visuais da parcela usada para realizar o levantamento da rede geodésica pelo método trilateração(a)



Anexo 10: Características visuais da parcela usada para realizar o levantamento da rede geodésica pelo método trilateração (b).

