



UNIVERSIDADE
E D U A R D O
MONDLANE

FACULDADE DE CIÊNCIAS

Departamento de Matemática e Informática

Trabalho de Licenciatura em
Estatística

Análise Dos Índices Pluviométricos
Do Distrito de Mocuba, Província De Zambézia

Autor: Clésio Baltazar Mapande

Maputo, Junho de 2025



FACULDADE DE CIÊNCIAS
Departamento de Matemática e Informática

Trabalho de Licenciatura em
Estatística

Análise Dos Índices Pluviométricos
Do Distrito de Mocuba, Província De Zambézia

Autor: Clésio Baltazar Mapande

Supervisor: prof. Doutor Adelino Martins

Maputo, Junho de 2025

Declaração de Honra

Declaro por minha honra que o presente Trabalho de Licenciatura é resultado da minha investigação e que o processo foi concebido para ser submetido apenas para a obtenção do grau de Licenciado em Estatística, na Faculdade de Ciências da Universidade Eduardo Mondlane.

Maputo, Junho de 2025

(Clésio Baltazar Mapande)

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha família, pelo apoio e encorajamento constantes,
aos meus amigos, pela motivação e compreensão,
e a todos os professores e colegas que me inspiraram ao longo desta jornada académica.

Também dedico este estudo às comunidades do distrito de Mocuba,
com a esperança de que os resultados aqui apresentados
contribuam para a gestão eficiente dos recursos hídricos
e para a proteção contra eventos extremos de precipitação.

Agradecimentos

Chegar ao fim desta etapa acadêmica representa uma grande conquista, e não poderia deixar de expressar a minha profunda gratidão a todos aqueles que, de forma direta ou indireta, contribuíram para esta jornada.

Em primeiro lugar, agradeço a Deus pela força, resiliência e sabedoria concedidas ao longo dos desafios enfrentados. Aos meus familiares, que sempre estiveram ao meu lado, oferecendo amor, apoio incondicional e motivação para continuar a perseguir os meus objetivos. Sem vocês, este momento não teria sido possível.

Aos meus professores e orientadores, que, com dedicação, paciência e compromisso, foram peças fundamentais na minha formação. Os seus ensinamentos ultrapassaram o ambiente acadêmico e tornaram-se referências para a minha vida profissional e pessoal.

Aos colegas de curso, que partilharam comigo momentos de aprendizagem, desafios e superação. A cumplicidade e a troca de experiências ao longo deste percurso tornaram esta caminhada ainda mais enriquecedora e memorável.

Por fim, agradeço a todas as pessoas que, de alguma forma, contribuíram para o meu crescimento e desenvolvimento durante a licenciatura. Levo comigo cada ensinamento, cada apoio e cada lembrança com enorme gratidão.

Muito obrigado!

Resumo

Esta monografia centra-se na análise dos índices pluviométricos no distrito de Mocuba, examinando padrões históricos de precipitação, variações sazonais e os impactos das mudanças climáticas na região. O estudo visa compreender a distribuição das chuvas, permitindo uma avaliação da sua influência na gestão dos recursos hídricos e na prevenção de eventos climáticos extremos. Com base em dados meteorológicos recolhidos ao longo de vários anos, foi realizada uma análise estatística da frequência e intensidade das chuvas, procurando identificar tendências que possam contribuir para uma melhor adaptação às condições climáticas. Para além da abordagem quantitativa, são também discutidos os efeitos das precipitações na agricultura, infra-estruturas e bem-estar da população. Os resultados revelam variações significativas nos índices pluviométricos ao longo dos anos, sugerindo a influência de fatores climáticos globais e regionais. O estudo sublinha a importância do acompanhamento contínuo destes padrões e a necessidade de políticas eficazes para mitigar os impactos negativos associados à variabilidade das chuvas. Este trabalho pretende contribuir para um melhor entendimento do regime pluviométrico em Mocuba e reforçar a relevância de estratégias sustentáveis para a gestão dos recursos hídricos e o planeamento urbano face às alterações climáticas.

Palavras-chave: Índices Pluviométrico, Gestão de Recursos Hídricos, Teoria de Valores Extremos, Mocuba.

Abstract

This study examines the rainfall indices in the district of Mocuba, analyzing historical precipitation patterns, seasonal variations, and climatic influences on the region. By utilizing meteorological data collected over several years, the research aims to identify trends that contribute to a better understanding of rainfall distribution and its implications for water resource management. Through statistical analysis, the frequency and intensity of rainfall are assessed, with particular attention to extreme weather events and their consequences for agriculture, infrastructure, and local communities. The findings reveal significant fluctuations in pluviometric indices, indicating possible connections to global and regional climate factors. The study highlights the importance of continuous monitoring of rainfall trends and the need for sustainable policies to mitigate the adverse effects of climate variability. Ultimately, this research seeks to support strategic planning and adaptation measures to enhance resilience against climatic uncertainties in Mocuba.

Keywords: Rainfall Indices, Water Resources Management, Extreme Value Theory, Mocuba..

Conteúdo

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Contextualização	1
1.2	Definição de problema	2
1.3	Objectivos	3
1.3.1	Geral	3
1.3.2	Específicos	3
1.4	Relevância de estudo	3
1.5	Estrutura do trabalho	4
2	REVISÃO DA LITERATURA	5
2.1	Clima e Precipitação no Distrito de Mocuba	5
2.1.1	Descrição do Clima em Mocuba	5
2.1.2	Padrões de Precipitação em Mocuba	5
2.1.3	Estudos sobre a Sazonalidade da Precipitação e Variações Interanuais	6
2.2	Efeitos das Mudanças Climáticas na Precipitação	6
2.3	Sistemas Climáticos e Fenômenos Atmosféricos	7
2.3.1	Efeitos dos Sistemas Climáticos Locais	7
2.3.2	Fenômenos Atmosféricos	7
2.4	Impactos Socioeconômicos da Precipitação	8
2.4.1	Efeitos das Variações na Precipitação na Agricultura e Segurança Alimentar	8
2.4.2	Impactos das Enchentes e Secas na Infraestrutura e Economia Local	8
2.5	Sistemas de Controle e Dados Climáticos	9
2.5.1	Descrição dos Sistemas de Controle Climático do Distrito de Mocuba	9
2.5.2	Disponibilidade e Qualidade dos Dados Pluviométricos em Mocuba	9
2.6	Precipitação	10
2.6.1	Medição da Precipitação	10
2.6.2	Classificação da Precipitação	11
2.7	Eventos Extremos de Chuva	11
2.7.1	Classificação das precipitações Diárias acumuladas	11
2.7.2	Impactos dos Eventos Extremos de Chuva	12
2.7.3	Tendências e Variações Temporais	12
2.7.4	Estratégias de Adaptação e Gestão de Riscos	13
2.8	Teoria de Valores Extremos	14
2.8.1	Aplicação da EVT na Análise de Precipitação Extrema	17

2.8.2	Métodos Estatísticos para Modelar Eventos de Precipitação Extrema . . .	17
2.9	Distribuição Generalizada De Valores Extremos	17
2.10	Inferência para a Distribuição GEV	19
2.10.1	Estimação por Máxima Verossimilhança	19
2.10.2	Inferência para os Níveis de Retorno	21
2.10.3	Perfil da Verossimilhança	22
2.10.4	Método de Momentos Ponderados por Probabilidade	22
2.10.5	Qualidade de Ajuste	23
2.11	Modelos com Limiar	24
2.11.1	Distribuição Generalizada de Pareto (GPD)	25
2.11.2	Seleção do Limiar	26
2.11.3	Estimação dos Parâmetros da GPD	27
2.11.4	Níveis de Retorno	28
2.11.5	Escolha do limiar revista	29
3	MATERIAL E MÉTODOS	30
3.1	Fonte e Descrição dos Dados	30
3.2	Métodos	30
3.3	Testes Estatísticos	30
3.3.1	Ljung Box	31
3.3.2	Teste De Ajuste ao Modelo	32
3.3.3	Estatística de Kolmogorov-Smirnov (KS)	32
3.3.4	Teste de Anderson-Darling	33
3.3.5	Teste da razão de verossimilhança (TRV)	33
3.3.6	Teste de Mann-Kendall	34
3.4	Análise Gráfica	35
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	36
4.1	Análise Descritiva	36
4.1.1	Caracterização da Amostra do Estudo	36
4.1.2	Modelagem dos máximos anuais	37
4.2	Distribuição Generalizada de Pareto	43
4.2.1	Modelagem dos excessos de um limiar	43
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	49
5.1	Conclusões	49

5.2	Recomendações	50
5.3	Limitações	50

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	52
-----------------------------------	-----------

ANEXOS	55
---------------	-----------

Acrónimos

EVT Extreme Value Theory (Teoria de Valores Extremos)

GPD Generalized Pareto Distribution (Distribuição Pareto Generalizada)

GEV Generalized Extreme Value Distribution (Distribuição Generalizada de Valores Extremos)

AIC Akaike Information Criterion (Critério de Informação de Akaike)

DOI Dipolo do Oceano Índico

EMV Estimadores de Máxima Verossimilhança

KS Estatística de Kolmogorov-Smirnov

TRV Teste da razão de verossimilhança

PACF Função de autocorrelação parcial

FDC Função distribuição acumulada

GVRM Gráfico de vida média residual

OS Oscilação Sul

BIC Bayesian Information Criterion (Critério de Informação Bayesiano)

INAM Instituto Nacional de Meteorologia de Moçambique

IPCC Intergovernmental Panel on Climate Change (Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas)

Lista de Figuras

1	Distribuição GEV para diferentes valores de ξ'	19
2	Dados de precipitação Maxima do Distrito de Mocuba de jan de 2000 à dez de 2020	36
3	Máximos anuais de precipitação do Distrito de Mocuba	37
4	Função de autocorrelação parcial (PACF) dos Maximos Anuais de Precipitação do Distrito de Mocuba	38
5	Boxplot da Precipitação de Mocuba	39
6	Histograma da Precipitação de Mocuba	39
7	Gráficos diagnóstico para o Modelo GEV ajustado aos dados Precipitação Máxima do Distrito de Mocuba	41
8	Gráfico de nível de retorno com intervalos de confiança para GEV	43
9	Gráfico de vida média residual para a escolha de um limiar para GPD	44
10	Gráfico de escolha de limiar para parâmetros estimados de escala e de forma para GPD	45
11	GVRM com o lugar dos valores dos limiares representados com cores diferentes para os dados de precipitação Máxima do distrito de Mocuba.	45
12	Excedentes Acima do Limiar $u = 60$	47
13	ACF dos Excedentes Acima do Limiar $u = 60$	47
14	Gráficos para análise da qualidade do ajuste dos excessos do limiar $u = 60$ à distribuição GPD com parâmetros estimados	47
15	Gráfico de Nivel de Retorno do limiar $u = 60$ à uma distribuição GPD com parâmetros estimados	48
16	Gráfico da Média Empírica dos Excessos	55
17	Ajuste dos dados a GPD	55
18	Gráfico das estimativas dos parâmetros da GPD	55

Lista de Tabelas

1	Estatísticas descritivas dos Máximos de precipitação do Distrito de Mocuba . . .	37
2	Estatísticas descritivas dos Máximos Anuais da precipitação do Distrito de Mocuba	37
3	Estimativas de Máxima Verossimilhança dos parâmetros de um modelo GEV para os máximos anuais da precipitação do Distrito de Mocuba	39
4	Resultados dos Testes de Aderência para a Distribuição GEV	40
5	Estimativas dos Quantis de Retorno com Intervalos de Confiança	42
6	Estimativas dos parâmetros da distribuição GPD para diferentes thresholds, com intervalos de confiança a 95%.	46
7	Resultados dos testes aplicados aos dados de precipitação acima do limiar de 40 e 60 mm.	46
8	Probabilidades de excedência para diferentes níveis de retorno utilizando a GPD.	47
9	Previsão de níveis de precipitação e intervalos de confiança para diferentes períodos de retorno.	48

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

As mudanças climáticas tornaram-se uma das principais preocupações globais nas últimas décadas, devido aos seus efeitos profundos nos sistemas naturais e socioeconómicos. A variabilidade dos índices pluviométricos, em particular, tem despertado um interesse crescente, uma vez que a precipitação desempenha um papel fundamental na manutenção dos ecossistemas e na vida das comunidades humanas. As alterações nos padrões de chuva podem impactar desde a disponibilidade de água e a produtividade agrícola até a resiliência das infraestruturas e o bem-estar social.

Os eventos de precipitação extrema representam um desafio global, dada a sua capacidade de causar perturbações ambientais, económicas e sociais significativas. Na Província da Zambézia, Moçambique, o Distrito de Mocuba enfrenta desafios relacionados com a variabilidade climática e a frequência de chuvas intensas, que afetam diretamente a população local, a atividade agrícola e a estabilidade das infraestruturas essenciais. A análise detalhada dos índices pluviométricos da região é, portanto, crucial para compreender padrões climáticos, antecipar impactos e desenvolver estratégias de mitigação eficazes.

Existem fatores que provocam mudanças no regime de precipitação, como por exemplo, a urbanização excessiva e a emissão de gases poluentes para a atmosfera, além da intensificação da atividade solar e fenómenos naturais como o El Niño e La Niña (Marengo, 2010).

Em Moçambique, o artigo *Assessment of Future Rainfall Projections in Mozambique* (2019), sugere que as mudanças na precipitação tem consequências significativas para a agricultura e a segurança alimentar em Moçambique. Os padrões alterados de chuvas podem afetar o calendário de plantio, o desenvolvimento das culturas e a disponibilidade de água para irrigação, exigindo adaptações nas práticas agrícolas e nas políticas de segurança alimentar.

O distrito de Mocuba é vital para o desenvolvimento da província de Zambézia e do país, contribuindo em áreas essenciais como Segurança Alimentar, geração de renda, integração social, desenvolvimento comunitário, exportação de produtos agrícolas e geração de Emprego. No

entanto, os recentes danos causados pelos eventos extremos de chuva impactaram severamente a agricultura local. Apenas cerca de 35% dos 543.750 hectares de terra em Mocuba estão atualmente sendo cultivados, afetando a produção das principais culturas alimentares, como milho, feijão bóer, nhemba, mandioca, batata-doce, arroz e amendoim. O conhecimento dos eventos extremos de chuvas é crucial para a agricultura, a principal atividade econômica da região, beneficiando aproximadamente 54.983 produtores e garantindo tanto produtos de consumo quanto de rendimento para os agregados familiares.

O presente trabalho tem como objetivo principal a análise dos índices pluviométricos do distrito de Mocuba, fornecendo modelos que ajudem na gestão e previsão de enchentes no distrito de Mocuba. Espera-se também, contribuir para o conhecimento científico sobre os índices pluviométricos em Mocuba, fornecendo informações relevantes para a compreensão do clima local e seus efeitos na sociedade e no meio ambiente. Além disso, a análise dos índices pluviométricos sob a perspectiva da teoria de valores extremos pode fornecer subsídios para o desenvolvimento de estratégias de adaptação, planejamento sustentável e gestão de riscos climáticos na região.

1.2 Definição de problema

O Distrito de Mocuba, localizado na Província da Zambézia, Moçambique, enfrenta desafios significativos relacionados à precipitação extrema, que podem resultar em inundações, deslizamentos de terra e outros impactos negativos na comunidade local, na agricultura, nas infraestruturas e na economia. No entanto, há uma falta de compreensão detalhada dos padrões, da frequência e da intensidade dos eventos de precipitação extrema na região. Isso cria uma lacuna no conhecimento sobre os riscos associados a esses eventos e dificulta o desenvolvimento de medidas eficazes de adaptação e mitigação.

Ao aplicar esses métodos de análise dos índices pluviométricos em Mocuba, é possível obter informações valiosas sobre os padrões de chuva, identificar tendências, anomalias e eventos extremos, além de melhorar a capacidade de previsão de enchentes e a tomada de decisões em relação à gestão de risco. Neste âmbito, o presente estudo tem como perguntas de investigação:

- Qual é a frequência e a probabilidade de ocorrência de eventos extremos de precipitação no distrito de Mocuba, considerando diferentes períodos de retorno?
- Existe uma tendência estatística de aumento ou diminuição na intensidade e frequência das precipitações extremas em Mocuba ao longo dos anos?

1.3 Objectivos

1.3.1 Geral

Analisar os índices pluviométricos de precipitação máxima da província do distrito de Mocuba

1.3.2 Específicos

- Descrever e modelar os valores precipitação máxima do distrito de Mocuba ;
- Determinar a probabilidade de ocorrência de precipitação máxima;
- Calcular os níveis de retorno de eventos extremos de chuva;
- Estimar a precipitação pluviométrica máxima esperada para diferentes períodos de retorno.

1.4 Relevância de estudo

O estudo das precipitações máximas é um dos meios mais usados para conhecer pluviosidade em uma determinada Região. A precipitação tem efeito direto sobre a erosão do solo, em inundações em áreas urbanas e rurais, obras hidráulicas.

No caso do distrito de Mocuba os eventos extremos tem causado grandes enchentes nas localidades, deslizamentos de terra e causado até a morte em casos mais graves. Os resultados do presente estudo vão auxiliar de certa forma às autoridades competentes a reduzir o impacto dos eventos extremos de precipitação, buscando informações úteis na minimização dos danos causados pelos eventos extremos de chuva, contribuindo para o desenvolvimento de medidas de adaptação às mudanças climáticas, bem como para a gestão de riscos e desastres naturais relacionados à precipitação intensa, portanto, a realização deste estudo pode fornecer informações valiosas para a sociedade local, bem como contribuir para a literatura científica sobre o tema.

A população do distrito de Mocuba, assim como aos órgãos responsáveis pela gestão de calamidades da província de Zambézia ou nas várias regiões do país, poderão basear-se nessa pesquisa para melhor planificar os seus métodos de prevenção e reduzir os danos da melhor forma possível.

1.5 Estrutura do trabalho

O presente trabalho é constituído por 5 capítulos, que são descritos resumidamente a seguir: O primeiro é referente a introdução, apresenta-se a contextualização, descrição do problema, os objetivos, relevância e estrutura do trabalho. No segundo capítulo, é apresentada uma breve revisão sobre a precipitação, Conceitos e definições relevantes principais estudos e pesquisas relacionados ao tema, teorias e modelos estatísticos que serão usadas. No capítulo 3, apresenta-se a descrição do local e período de coleta de dados, os softwares usados, métodos e técnicas utilizadas na análise dos dados e a tratamento e análise estatística dos dados. No quarto capítulo, é feita a apresentação dos resultados obtidos na análise estatística dos dados, e por último é feita a discussão dos resultados em relação aos objetivos específicos propostos comparando os 2 resultados obtidos com outros estudos já feitos por outros autores. No quinto Capítulo, é apresentada a síntese dos resultados encontrados, contribuições e implicações do estudo, as limitações e sugestões para pesquisas futuras.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Clima e Precipitação no Distrito de Mocuba

2.1.1 Descrição do Clima em Mocuba

O distrito de Mocuba é caracterizado por um clima tropical húmido com duas estações bem definidas, uma estação chuvosa e uma estação seca. Durante a estação chuvosa, que geralmente ocorre entre novembro e abril, Mocuba experimenta chuvas intensas e frequentes, enquanto a estação seca, de maio a outubro, é marcada por precipitação escassa. A topografia local, que inclui áreas costeiras e planícies interiores, pode influenciar a distribuição das chuvas, com algumas áreas recebendo mais precipitação do que outras.

Estudos anteriores têm documentado os padrões históricos de precipitação na Província de Zambézia, fornecendo insights sobre a variabilidade climática ao longo do tempo. Análises de dados pluviométricos mostram variações interanuais na quantidade e distribuição da precipitação, com anos de chuvas intensas alternando com anos de precipitação abaixo da média (INE, 2019).

Segundo dados climáticos apresentados por Sarr et al. (2020), Mocuba regista uma média anual de precipitação de XX mm, com os meses de dezembro a março concentrando a maior parte das chuvas.

2.1.2 Padrões de Precipitação em Mocuba

Os padrões de precipitação em Mocuba mostram uma variabilidade significativa ao longo do tempo. Dados históricos de precipitação indicam anos de chuvas abundantes seguidos por períodos de seca prolongada. Análises climáticas sugerem que Mocuba está sujeita a eventos extremos de precipitação, como chuvas intensas e enchentes, especialmente durante a estação chuvosa (Ministério da Terra, Ambiente e Desenvolvimento Rural, 2017).

De acordo com Araújo et al. (2018), a distribuição irregular das chuvas em Mocuba pode ter impactos significativos na agricultura, no abastecimento de água e na infraestrutura local, destacando a importância de compreender os padrões de precipitação na região para o planeamento e a adaptação às mudanças climáticas.

2.1.3 Estudos sobre a Sazonalidade da Precipitação e Variações Interanuais

os estudos sobre a sazonalidade da precipitação e variações interanuais desempenham um papel crucial na compreensão dos padrões pluviométricos em Mocuba. Ao analisar esses aspectos, os pesquisadores podem identificar padrões climáticos emergentes, avaliar os riscos associados à variabilidade da precipitação e informar o desenvolvimento de políticas e práticas de adaptação climática que promovam a resiliência das comunidades locais.

Estudos como o de Carvalho et al. (2020) têm investigado as variações interanuais na duração e intensidade da estação chuvosa em Mocuba. Essas pesquisas analisam séries temporais de dados pluviométricos de longo prazo para identificar anos com chuvas acima ou abaixo da média histórica. Além disso, examinam os padrões de distribuição espacial da precipitação durante a estação chuvosa e sua relação com fenômenos climáticos de larga escala, como El Niño e La Niña.

Durante anos de chuvas acima da média, as comunidades em Mocuba podem enfrentar desafios como inundações, erosão do solo e interrupções na produção agrícola. Por outro lado, anos de chuvas abaixo da média podem resultar em secas, escassez de água e perdas nas colheitas. Entender as causas por trás dessas variações interanuais na precipitação é essencial para desenvolver estratégias de gestão de riscos e adaptação climática que ajudem as comunidades a se prepararem para diferentes cenários climáticos.

Além disso, é importante investigar os possíveis impulsionadores dessas variações interanuais, incluindo padrões climáticos oceânicos e atmosféricos, como a Oscilação Sul (OS) e o Dipolo do Oceano Índico (DOI). Estudos como os de Silva et al. (2018) e Kamara et al. (2019) têm explorado as relações entre esses fenômenos climáticos de larga escala e as variações na precipitação em Mocuba, fornecendo insights valiosos sobre os mecanismos climáticos subjacentes.

2.2 Efeitos das Mudanças Climáticas na Precipitação

As mudanças climáticas globais têm o potencial de alterar significativamente os padrões de precipitação na Província de Zambézia e em todo o mundo. Modelos climáticos indicam uma tendência de aumento da temperatura média global, que pode influenciar a circulação atmosférica e os padrões de precipitação (IPCC, 2014).

Estudos regionais e globais sugerem que as mudanças climáticas podem levar a um aumento

na frequência e intensidade de eventos de precipitação extrema, como tempestades e enchentes. Por outro lado, também podem ocorrer períodos de seca mais prolongados e aumento da variabilidade da precipitação, tornando a gestão dos recursos hídricos e a adaptação às mudanças climáticas desafios importantes para as comunidades locais (Varela et al., 2020)

A compreensão dos efeitos das mudanças climáticas na precipitação é crucial para o desenvolvimento de estratégias de adaptação e mitigação de riscos no distrito de Mocuba, permitindo que as autoridades locais e as comunidades se preparem para os impactos climáticos futuros.

2.3 Sistemas Climáticos e Fenômenos Atmosféricos

2.3.1 Efeitos dos Sistemas Climáticos Locais

Os sistemas climáticos locais desempenham um papel fundamental na regulação do clima em uma determinada área. No caso de Mocuba, na Província de Zambézia, os sistemas climáticos locais, como as monções e os ventos alísios, exercem influência significativa sobre os padrões de precipitação e temperatura.

Segundo Smith et al. (2019), as monções, são caracterizadas por uma reversão sazonal dos ventos, trazendo consigo períodos de chuvas intensas durante a estação chuvosa e condições mais secas durante a estação seca. Os ventos alísios, que sopram de leste para oeste, podem transportar umidade do oceano para o continente, afetando os padrões de precipitação em áreas costeiras e interiores.

2.3.2 Fenômenos Atmosféricos

Fenômenos atmosféricos globais também exercem impacto significativo sobre o clima em Mocuba e em toda a região. Dois fenômenos atmosféricos particularmente relevantes são El Niño e La Niña. El Niño é caracterizado pelo aquecimento anômalo das águas superficiais do Oceano Pacífico Equatorial, enquanto La Niña é o oposto, marcado pelo resfriamento das mesmas águas. Ambos os fenômenos têm o potencial de alterar os padrões de circulação atmosférica e oceânica em escala global, resultando em mudanças nos padrões de precipitação em Mocuba e em outras partes do mundo. Durante um evento El Niño, por exemplo, a região pode experimentar condições de seca mais intensas, enquanto durante um evento La Niña, as chuvas podem ser mais abundantes.

De acordo com Jones et al. (2018), durante um evento El Niño, as águas do Oceano Pacífico

Equatorial se aquecem, resultando em mudanças nos padrões de circulação atmosférica e, consequentemente, em condições de seca em algumas áreas e chuvas intensas em outras. Por outro lado, La Niña está associada ao resfriamento das águas do Pacífico Equatorial e pode resultar em chuvas mais abundantes em certas regiões.

2.4 Impactos Socioeconômicos da Precipitação

2.4.1 Efeitos das Variações na Precipitação na Agricultura e Segurança Alimentar

As variações na precipitação têm impactos significativos na agricultura e na segurança alimentar, mudanças nos padrões de chuva afetam diretamente a disponibilidade de água para irrigação e para as plantas, influenciando o rendimento das culturas.

Mabaya et al. (2017), períodos de seca prolongada podem levar à diminuição da produtividade agrícola, resultando em escassez de alimentos e aumentando os preços dos produtos alimentícios. Por outro lado, chuvas intensas e inundações podem danificar as plantações, reduzindo a produção e afetando a qualidade dos alimentos. Essas variações climáticas podem também impactar negativamente os recursos hídricos, afetando a disponibilidade de água para consumo humano e agrícola.

Portanto, é crucial adotar medidas de adaptação e mitigação para enfrentar os desafios decorrentes das variações na precipitação, como o desenvolvimento de práticas agrícolas mais resilientes, investimentos em sistemas de irrigação eficientes e a implementação de políticas de gestão sustentável dos recursos naturais.

2.4.2 Impactos das Enchentes e Secas na Infraestrutura e Economia Local

As enchentes e secas causadas por variações na precipitação têm impactos significativos na infraestrutura e economia de Mocuba. De acordo com dados do Ministério da Infraestrutura e Recursos Naturais (2018), enchentes podem danificar estradas, pontes e edifícios, interrompendo o acesso a serviços essenciais e prejudicando o comércio local. Além disso, secas prolongadas podem reduzir a disponibilidade de água para uso doméstico e industrial, afetando negativamente a economia local.

2.5 Sistemas de Controle e Dados Climáticos

2.5.1 Descrição dos Sistemas de Controle Climático do Distrito de Mocuba

Os sistemas de controle e dados climáticos desempenham um papel fundamental na compreensão das variações na precipitação e seus efeitos na agricultura e na segurança alimentar. Esses sistemas coletam e analisam uma ampla gama de informações climáticas, incluindo dados de precipitação, temperatura, umidade e padrões de vento. Com base nessas informações, os cientistas podem identificar tendências climáticas e prever padrões futuros de precipitação, ajudando os agricultores a planejar suas atividades agrícolas de acordo com as condições climáticas esperadas.

De acordo com relatórios do Instituto Nacional de Meteorologia de Moçambique (INAM), estações meteorológicas automáticas e manuais são distribuídas em todo o distrito para coletar dados sobre temperatura, humidade, vento e precipitação. Além disso, satélites meteorológicos são usados para monitorar padrões climáticos em larga escala e fornecer previsões meteorológicas de curto e médio prazo.

2.5.2 Disponibilidade e Qualidade dos Dados Pluviométricos em Mocuba

A disponibilidade e qualidade dos dados pluviométricos em Mocuba são aspectos essenciais para entender e gerenciar os padrões de precipitação na região. No entanto, pode haver desafios significativos associados à coleta, registro e manutenção desses dados.

Embora os sistemas de controle climático estejam em vigor, a disponibilidade e qualidade dos dados pluviométricos em Mocuba podem variar. Estudos de avaliação de dados climáticos realizados por Silva et al. (2020) identificaram desafios relacionados à manutenção e operação das estações meteorológicas, bem como à falta de pessoal treinado para coletar e analisar os dados.

Para melhorar a disponibilidade e qualidade dos dados pluviométricos em Mocuba e em outras regiões, são necessários investimentos em infraestrutura meteorológica, incluindo a instalação de mais estações de monitoramento e a modernização dos equipamentos existentes. Além disso, é importante fornecer treinamento adequado para os operadores das estações e implementar procedimentos de controle de qualidade rigorosos para garantir a precisão dos dados coletados.

2.6 Precipitação

A precipitação é um dos elementos mais importantes do ciclo hidrológico e desempenha um papel fundamental no clima da Terra. Refere-se à forma como a água na atmosfera cai na superfície da Terra na forma de chuva, neve, granizo ou chuva congelada. A precipitação ocorre quando as gotículas de água ou cristais de gelo na atmosfera se tornam grandes o suficiente para cair devido à gravidade.

As tendências na precipitação estão sujeitas a mudanças significativas devido às alterações climáticas induzidas pelo homem. O relatório do Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas (IPCC) de 2021 destaca que "o aumento das concentrações de gases de efeito estufa na atmosfera está alterando os padrões de precipitação em todo o mundo, levando a uma maior variabilidade e intensidade dos eventos de chuva em muitas regiões".

2.6.1 Medição da Precipitação

A medição da precipitação é crucial para compreender os padrões climáticos e hidrológicos de uma região, fornecendo dados essenciais para diversas aplicações, como previsão de enchentes, gestão de recursos hídricos, agricultura e monitoramento ambiental. Existem várias técnicas e instrumentos para medir a precipitação, cada um com suas vantagens e limitações

Um dos métodos mais comuns de medição da precipitação é o uso de pluviômetros, dispositivos que coletam e registram a quantidade de precipitação que cai em uma área específica durante um determinado período de tempo (Mather, J.R., & Needle, C.L., 2000). Os pluviômetros podem variar em tamanho e design, mas geralmente consistem em um recipiente graduado que coleta a água da chuva.

Imagens de satélite também podem ser utilizadas para estimar a precipitação, fornecendo uma visão abrangente e contínua das condições climáticas em uma região (Adler, R.F., et al., 2003). Essas imagens são processadas por algoritmos para calcular a precipitação com base em características atmosféricas observadas.

Outro método de medição da precipitação é o uso de radares meteorológicos, que emitem pulsos de radar para detectar a quantidade e a intensidade da precipitação em uma determinada área (Fabry, F., 1990). Os radares meteorológicos são especialmente úteis para monitorar grandes

áreas e fornecer informações em tempo real sobre a distribuição espacial da precipitação.

2.6.2 Classificação da Precipitação

A precipitação é classificada com base nos fenômenos meteorológicos, associados ao mecanismo pelo qual se produz a ascensão do ar húmido. Segundo Carvalho e Silva (2006), a precipitação é classificada como: Frontal, Convectiva e Orográfica.

Precipitação Frontal ocorre quando uma massa de ar quente e úmido encontra uma massa de ar frio e se desloca sobre ela. Esse encontro de massas de ar geralmente ocorre ao longo de uma frente atmosférica, como uma frente fria ou uma frente quente. Quando o ar quente é forçado a subir sobre o ar frio mais denso, a umidade presente no ar quente se condensa e forma nuvens, resultando em precipitação.

2.7 Eventos Extremos de Chuva

Os eventos extremos de chuva representam um dos fenômenos climáticos mais impactantes e preocupantes em muitas regiões do mundo, incluindo Mocuba, na Província de Zambézia. Esses eventos são caracterizados por uma precipitação intensa e de curta duração, que pode resultar em inundações repentinas, deslizamentos de terra, danos à infraestrutura e perdas humanas e econômicas significativas. Nesse contexto, é crucial examinar os eventos extremos de chuva em Mocuba para compreender seus impactos, tendências e implicações para a gestão de riscos e adaptação climática.

2.7.1 Classificação das precipitações Diárias acumuladas

A classificação das precipitações acumuladas em 24 horas pode variar dependendo dos critérios e das necessidades específicas de cada região ou campo de estudo. No entanto, uma classificação comum pode ser feita com base na intensidade das chuvas acumuladas em um período de 24 horas. Aqui está uma classificação geral:

Chuva Fraca: Acumulação de precipitação entre 1 mm e 10 mm em 24 horas.

Chuva Moderada: Acumulação de precipitação entre 10 mm e 25 mm em 24 horas.

Chuva Forte: Acumulação de precipitação entre 25 mm e 50 mm em 24 horas.

Chuva Muito Forte: Acumulação de precipitação entre 50 mm e 100 mm em 24 horas.

Chuva Torrencial: Acumulação de precipitação superior a 100 mm em 24 horas.

De acordo com Jones et al. (1999), essa classificação baseia-se na quantidade de precipitação medida em milímetros durante um período de 24 horas e fornece uma indicação da intensidade das chuvas ocorridas nesse intervalo de tempo.

2.7.2 Impactos dos Eventos Extremos de Chuva

Os eventos extremos de chuva representam uma das manifestações mais visíveis e impactantes das mudanças climáticas em todo o mundo. Com o aumento da frequência e intensidade desses eventos, torna-se essencial compreender seus impactos abrangentes em diversas esferas da sociedade. Desde a infraestrutura urbana até a segurança alimentar e a saúde pública, os efeitos dos eventos extremos de chuva são vastos e multifacetados. Este texto explorará os impactos desses eventos em diferentes áreas, destacando a importância da adaptação e mitigação para lidar com os desafios decorrentes das mudanças climáticas.

Inundações e Deslizamentos de Terra: Os eventos extremos de chuva podem desencadear inundações súbitas e deslizamentos de terra, especialmente em áreas de topografia acidentada. Isso representa uma ameaça direta à vida humana, à segurança da propriedade e à infraestrutura local, como estradas, pontes e edifícios (Mishra et al., 2019).

Perdas Econômicas: As inundações e os danos causados pelos eventos extremos de chuva podem resultar em perdas econômicas significativas para as comunidades locais, incluindo danos às colheitas agrícolas, interrupção de atividades comerciais e de transporte, e custos de reparo e reconstrução de infraestrutura (Kumar & Mishra, 2019).

Impactos Sociais e de Saúde: Os eventos extremos de chuva também podem ter impactos sociais e de saúde, incluindo o deslocamento forçado de populações, o aumento do risco de doenças transmitidas pela água, e o estresse psicológico e emocional causado pela perda de propriedade e pertences pessoais (Jeyaratnam & Pham, 2019).

2.7.3 Tendências e Variações Temporais

As tendências e variações temporais nos eventos extremos de chuva têm sido objeto de grande interesse devido ao seu impacto significativo nas condições climáticas regionais e globais. Ao longo das últimas décadas, observou-se um aumento na frequência e intensidade de eventos extremos de chuva em várias partes do mundo. Essas mudanças estão ligadas a uma série de fatores, incluindo o aumento da temperatura média global, alterações nos padrões de circulação

atmosférica e o aquecimento dos oceanos.

Aumento na Frequência e Intensidade: Observações e estudos recentes sugerem um aumento na frequência e intensidade dos eventos extremos de chuva em várias partes do mundo, incluindo Moçambique. Isso pode estar relacionado a mudanças climáticas globais e ao aquecimento dos oceanos, que aumentam a disponibilidade de umidade atmosférica e a probabilidade de eventos extremos (IPCC, 2018).

Variações Temporais Regionais: As tendências de eventos extremos de chuva podem variar regionalmente devido a fatores locais, como a topografia, a proximidade de corpos d'água e a urbanização. Portanto, é importante analisar as variações temporais dos eventos extremos de chuva em Mocuba especificamente, para entender como esses eventos estão evoluindo na região ao longo do tempo (Kamara et al., 2019).

2.7.4 Estratégias de Adaptação e Gestão de Riscos

Diante dos desafios apresentados pelos eventos extremos de chuva, é crucial desenvolver e implementar estratégias eficazes de adaptação e gestão de riscos. Essas estratégias visam reduzir a vulnerabilidade das comunidades e dos ecossistemas aos impactos das mudanças climáticas, promovendo resiliência e sustentabilidade.

Melhoria da Infraestrutura: Investimentos em infraestrutura resiliente a eventos extremos, como sistemas de drenagem pluvial, barragens e diques, podem ajudar a reduzir os impactos das inundações e aumentar a resiliência das comunidades locais (Sharma et al., 2020).

Sistemas de Alerta Precoce: Desenvolvimento e implementação de sistemas de alerta precoce para eventos extremos de chuva, permitindo que as autoridades e comunidades locais tomem medidas preventivas e de evacuação em tempo hábil (Lumbroso & Gaume, 2012).

Planeamento do Uso do Solo: Políticas de planeamento do uso do solo que levem em consideração os riscos de inundação e deslizamento de terra, evitando a construção em áreas de alto risco e promovendo práticas de desenvolvimento sustentável (Dutta & Herath, 2018).

Capacitação Comunitária: Ações de capacitação e educação comunitária sobre preparação para desastres, incluindo treinamento em medidas de segurança, evacuação e resposta de emergência, podem ajudar a aumentar a resiliência das comunidades locais aos eventos ex-

tremos de chuva (Mukherji et al., 2019).

2.8 Teoria de Valores Extremos

A Teoria dos Valores Extremos (EVT) é uma área da estatística que se dedica ao estudo dos valores conhecidos como outliers, os quais frequentemente são desconsiderados ou excluídos ao ajustar um modelo estatístico aos dados em análise. Dessa forma, a análise dos valores extremos examina as observações de um conjunto de dados que estão significativamente distantes de seu centro, em oposição ao que é comum em muitas aplicações estatísticas, que se concentram no comportamento dos dados em torno de sua média e/ou mediana.

Segundo Coles (2001), a EVT é fundamental para compreender e quantificar os riscos associados a fenômenos climáticos de alta magnitude, como enchentes, secas e tempestades. Esta teoria é amplamente aplicada em diversas áreas, incluindo hidrologia, engenharia civil, finanças e meio ambiente.

Um dos teoremas fundamentais da EVT é o Teorema de Fisher-Tippett-Gnedenko, que descreve as distribuições limite para os máximos de uma sequência de variáveis independentes e identicamente distribuídas (Hosking & Wallis, 1987). Além disso, o Teorema de Extremal Types, conforme descrito por Coles (2001), fornece as três distribuições limite possíveis para a distribuição dos máximos extremos.

A EVT é aplicada em uma ampla gama de contextos. Em estudos de hidrologia, por exemplo, a EVT é utilizada para modelar eventos de chuva extrema e estimar os níveis de precipitação associados a diferentes períodos de retorno (Coles, 2001). Na área de seguros e finanças, a EVT é empregue para avaliar os riscos de perdas catastróficas e calcular prêmios de seguro (Embrechts et al., 1997).

De acordo com MacNeil e Frey (1999), eventos de extremo risco são uma realidade em todas as áreas de gestão de risco, um dos principais desafios enfrentados pelos gestores de riscos consiste em implantar modelos que possibilitem a avaliação de eventos raros e altamente prejudiciais, além de permitir a mensuração de suas consequências. Coles (2001) por sua vez, expõe a formulação inicial do modelo como :

$$M_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\} \quad (2.8.1)$$

Onde M_n representa o evento máximo de n unidades de tempo, e X_1, \dots, X_n representa a sequência de variáveis independentes com a distribuição acumulada F em comum. $X(n)$ pode ser derivado para todos os valores de n :

$$Pr\{X(n) \leq Z\} = Pr\{X_1 \leq Z, \dots, X_n \leq Z\} = Pr\{X_1 \leq Z\} * \dots * Pr\{X_n \leq Z\} = \{F(Z)\}^n \quad (2.8.2)$$

Como F é desconhecida a que uma das formas de descobrir o seu valor é buscar famílias de modelos de distribuições próximas de F^n . o procedimento é similar ao de aproximação da distribuição de médias amostrais da distribuição normal, conforme justificado pela Teoria do Limite Central. A mesma teoria também pode ser aplicada para a previsão de eventos extremos mínimos. Nesse caso a formulação é representada por:

$$M_n = \min\{Y_1, \dots, Y_n\} \quad (2.8.3)$$

Onde M_n representa o evento mínimo de n unidades de tempo, e $\{Y_1, \dots, Y_n\}$ representa a sequência de variáveis independentes com a distribuição acumulada F em comum.

A TVE, aplicando-a para previsão de eventos máximos (ou mínimos) relacionados ao retorno de ativos financeiros. Dessa forma, supondo que os retornos são serialmente independentes, com uma função cumulativa de distribuição comum, e que o intervalo do retorno é $[I, u]$ Para retornos em log, temos $I = -\infty$ e $u = \infty$. Em seguida, a FDC (Função Distribuição Cumulativa) de $r_{(1)}$ e $F_{n,1}$, é dada por:

$$\begin{aligned} F_{(n,1)}(x) &\doteq Pr[r_{(1)} \leq X] = 1 - Pr[r_{(1)} > X] & (2.8.4) \\ &= 1 - Pr[r_1 > X, r_2 > X, \dots, r_n > X] \\ &= 1 - \prod_{j=1}^n Pr(r_j > x) \doteq 1 - \prod_{j=1}^n [1 - Pr(r_j \leq X)] \\ &= 1 - \prod_{j=1}^n [1 - F(X)] = 1 - [1 - F(X)]^n \end{aligned}$$

A EVT está tem como foco encontrar duas sequências β_n e α_n onde, $\alpha_n > 0$, tais que a distribuição de $r(1^*) \equiv \frac{r_1}{\beta_n}$ convirja para uma distribuição não degenerada quando n tende infinito, sendo que o asterisco (" $*$ "), indica o valor extremo mínimo. A sequência β é uma série de localização e α é uma série de fatores de escala. Sob o pressuposto de independência,

a distribuição limite do $r(1^*)$ mínimo normalizado é dado por:

$$F^*(X) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-[1 + \xi X]^{\frac{1}{\xi}}\right) & \text{se } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp(-\exp(X)) & \text{se } \xi = 0 \end{cases} \quad (2.8.5)$$

Sendo, $X < -1/\xi$ para $\xi < 0$ para $\xi > 0$, para o caso de $\xi = 0$ assume -se com limite quando $\xi \rightarrow 0$.

A distribuição apresentada na equação 2.8.5 é conhecida como distribuição de valor extremo do tipo I, II e III, respectivamente, e podem ser resumidas em apenas uma fobia, segundo a γ -parametrização, ou representação de Jenkinson-von Mêsas, denominada Distribuição Generalizada de Valor Extremo (GEV) :

As três formas da distribuição de valor extremo (GEV) são definidas da seguinte maneira:

1. Tipo I (Frechet):

$$F(x; \mu, \sigma, \xi) = \exp \left\{ - \left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^{-1/\xi} \right\} \quad (2.8.6)$$

para $\xi \neq 0$ e $x > \mu$, onde μ é a localização, σ é a escala e ξ é o parâmetro de forma.

2. Tipo II (Gumbel):

$$F(x; \mu, \sigma, \xi) = \exp \left\{ - \exp \left[- \left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right] \right\} \quad (2.8.7)$$

para $\xi \neq 0$ e $x > \mu$, onde μ é a localização, σ é a escala e ξ é o parâmetro de forma.

3. Tipo III (Weibull):

$$F(x; \mu, \sigma, \xi) = \exp \left\{ - \left(- \left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right)^{1/\xi} \right\} \quad (2.8.8)$$

para $\xi \neq 0$ e $x < \mu$, onde μ é a localização, σ é a escala e ξ é o parâmetro de forma.

Inicialmente ao aplicar - se a Teoria de Valores Extremos era comum adotar uma das 3 distribuições e posteriormente estimar os parâmetros da distribuição, mas, esta abordagem pode ser falha porque pressupõe que a decisão de uma das famílias é mais apropriada que as demais e, uma vez que esta decisão foi tomada, as inferências posteriores presumem que esta escolha esteja correta. A solução seria trabalhar com uma família de distribuição que combine as três famílias, sendo esta a Distribuição Generalizada de Valores Extremos.(Coles, 2001)

2.8.1 Aplicação da EVT na Análise de Precipitação Extrema

A Teoria dos Valores Extremos é uma ferramenta estatística de extrema importância usada para modelar e analisar eventos extremos, como precipitação intensa e enchentes. Em Mocuba, a EVT pode ser aplicada para entender a distribuição e a probabilidade de ocorrência de chuvas extremas, ajudando na identificação de períodos de chuvas intensas e na avaliação de riscos associados a esses eventos. Ao analisar séries temporais de dados de precipitação, é possível identificar tendências de longo prazo e padrões sazonais, fornecendo insights valiosos para o planejamento e gestão de recursos hídricos na região.

Segundo Coles (2001), a EVT permite estimar a probabilidade de ocorrência de eventos extremos com base em dados observados, fornecendo uma ferramenta valiosa para a análise de riscos associados a eventos climáticos extremos.

2.8.2 Métodos Estatísticos para Modelar Eventos de Precipitação Extrema

Existem diversos métodos estatísticos que podem ser empregues para modelar eventos de precipitação extrema. Isso inclui a utilização de distribuições de probabilidade específicas, como a Distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEV), que permite estimar a probabilidade de ocorrência de eventos extremos com base em dados observados.

Um dos métodos mais comuns é o uso de distribuições de valores extremos, como destaca Coles (2001), que ressalta que a distribuição generalizada de valores extremos é amplamente utilizada na modelagem de eventos extremos de precipitação devido à sua flexibilidade e capacidade de descrever uma variedade de comportamentos extremos. Além disso, técnicas Bayesianas têm ganhado destaque, permitindo a incorporação de informações prévias e a avaliação da incerteza nos resultados.

2.9 Distribuição Generalizada De Valores Extremos

Segundo Hosking et al. (1985), a GEV é uma distribuição adequada para modelar a probabilidade de eventos extremos, proporcionando uma boa aproximação para os valores na cauda da distribuição. Os métodos estatísticos utilizados para estimar os parâmetros da GEV, incluem a estimação por máxima verossimilhança ou métodos bayesianos, permitindo uma análise robusta e confiável dos eventos extremos. Essa abordagem estatística oferece insights valiosos para entender a frequência e a intensidade de eventos extremos e para avaliar os riscos associados, auxiliando na tomada de decisões informadas e no planejamento resiliente em face de eventos

extremos.

A GEV é empregue para modelar a distribuição de valores extremos em uma variedade de fenômenos, tais como eventos climáticos extremos, séries temporais financeiras e níveis alevados de enchentes em hidrologia, é caracterizada por três parâmetros principais: localização (μ), escala (σ) e forma (ξ).

A função de densidade de probabilidade (pdf) da GEV é dada por:

$$f(x; \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} [1 + \xi (\frac{x-\mu}{\sigma})]^{-\frac{1}{\xi}-1} \exp \left\{ - [1 + \xi (\frac{x-\mu}{\sigma})]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}, & \text{se } \xi \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp \left\{ - \exp \left[- (\frac{x-\mu}{\sigma}) \right] \right\}, & \text{se } \xi = 0 \end{cases} \quad (2.9.1)$$

onde x é a variável aleatória, μ é o parâmetro de localização, σ é o parâmetro de escala e ξ é o parâmetro de forma.

A interpretação dos parâmetros da GEV é a seguinte:

- O parâmetro de localização (μ) determina a posição horizontal da curva da distribuição.
- O parâmetro de escala (σ) afeta a amplitude da distribuição, ou seja, quanto maior σ , maior será a dispersão dos dados.
- O parâmetro de forma (ξ) influencia na forma da distribuição: se ξ for positivo, a distribuição será do tipo Fréchet, se for negativo, será do tipo Gumbel, e se for zero, será do tipo Weibull.

A função de distribuição acumulada da GEV, denotada por $H_{\mu,\sigma,\xi}(x)$, é dada por:

$$H_{\mu,\sigma,\xi}(x) = \begin{cases} \exp \left\{ - [1 + \xi (\frac{x-\mu}{\sigma})]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}, & \text{se } \xi \neq 0 \\ \exp \left\{ - \exp \left[- (\frac{x-\mu}{\sigma}) \right] \right\}, & \text{se } \xi = 0 \end{cases} \quad (2.9.2)$$

Esta função de distribuição acumulada é utilizada para calcular a probabilidade de uma variável aleatória seguir uma distribuição GEV, levando em consideração os parâmetros de localização, escala e forma. O caso em que $\xi = 0$ representa uma distribuição do tipo Weibull, enquanto $\xi \neq 0$ indica distribuições do tipo Fréchet ou Gumbel, dependendo do sinal de ξ .

A GEV é uma ferramenta conveniente para modelar diversas distribuições, já que apresenta um conjunto mais amplo de parâmetros. Além dos parâmetros de localização e escala encontrados

em outras distribuições, inclui-se um parâmetro adicional, a forma (ξ), que define os diferentes tipos de distribuições de valores extremos. Através do valor do parâmetro ξ , podemos identificar a forma da cauda da distribuição:

- Para $\xi = 0$, temos a distribuição de Gumbel (Tipo I).
- Quando $\xi > 0$, representa a distribuição de Fréchet (Tipo II).
- Se $\xi < 0$, corresponde à distribuição de Weibull (Tipo III).

Essas características podem ser observadas na Figura 1 para distintos valores de ξ .

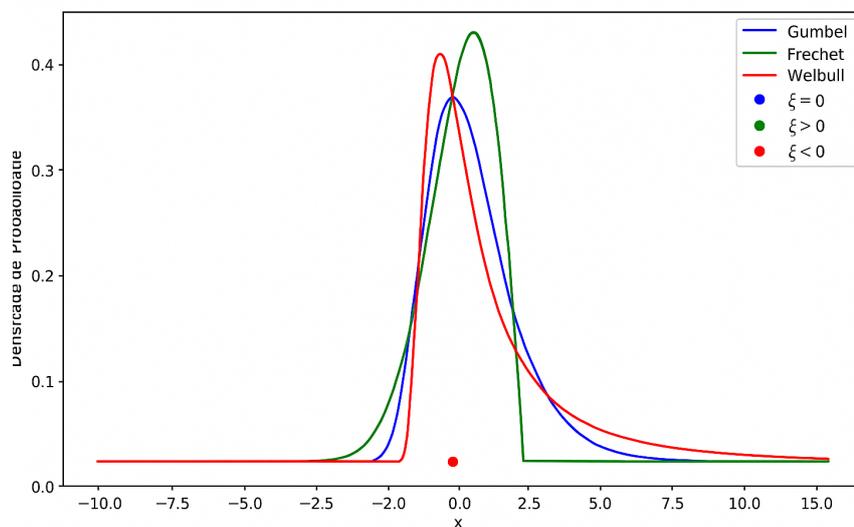


Figura 1: Distribuição GEV para diferentes valores ξ

Figura 1: Distribuição GEV para diferentes valores de ξ '

2.10 Inferência para a Distribuição GEV

2.10.1 Estimação por Máxima Verossimilhança

A estimação por máxima verossimilhança é uma abordagem comumente utilizada para determinar os parâmetros da distribuição. Neste método, busca-se encontrar os valores dos parâmetros da distribuição que maximizam a função de verossimilhança, ou seja, a probabilidade de observar os dados observados dado o modelo GEV.

Os Estimadores de Máxima Verossimilhança (EMV) para os parâmetros ξ , μ e σ são obtidos numericamente pela maximização da função de verossimilhança. Esta função é definida como a probabilidade conjunta dos dados observados, dada a distribuição GEV e os parâmetros

específicos. Em termos matemáticos, os EMV são os valores em $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$ que maximizam a função de verossimilhança, expressa como:

$$L(\xi, \mu, \sigma | x_1, x_2, \dots, x_n) = \log \prod_{i=1}^n h(\xi, \mu, \sigma, x_i) I\left\{1 + \xi \frac{(x_i - \mu)}{\sigma} > 0\right\} \quad (2.10.1)$$

Onde $h(\xi, \mu, \sigma, x_i)$ é a função de densidade de probabilidade da distribuição GEV para o valor x_i , e $I\{\cdot\}$ é a função indicadora.

Os EMV podem ser obtidos por meio de um processo iterativo, resolvendo-se um sistema de equações não lineares derivado da diferenciação da função de verossimilhança em relação a ξ , μ e σ .

Sejam X_1, X_2, \dots, X_n uma série de n variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, com distribuição GEV, e (x_1, x_2, \dots, x_n) uma série de observações. Supondo que haja independência entre as observações, a função de verossimilhança pode ser expressa da seguinte forma:

$$L(\mu, \sigma, \xi | x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f_X(x_i | \mu, \sigma, \xi) = \frac{\sigma^{-n}}{\prod_{i=1}^n \left(1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right)^{\frac{1+\xi}{\xi}}} \exp\left(-\sum_{i=1}^n \left(1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1+\xi}{\xi}} - n\right) \quad (2.10.2)$$

Calculando-se o logaritmo da função de verossimilhança, definida por:

$$\begin{aligned} l(\theta | (x_1, x_2, \dots, x_n)) &= \ln[L(\mu, \sigma, \xi | (x_1, x_2, \dots, x_n))] = \\ &= -n \ln(\sigma) - (1 + \xi) \sum_{i=1}^n \ln \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right] - \sum_{i=1}^n \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi} = \\ &= \sum_{i=1}^n \left(-\ln(\sigma) - (1 + \xi) \ln \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right] - \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi}\right) \end{aligned} \quad (2.10.3)$$

Para $\xi < 0$, e $x_i < \mu - \sigma\xi$ (ou seja, $\mu - \sigma\xi > X_{(n)}$), ou para $\xi > 0$, e $x_i > \mu - \sigma\xi$ (ou seja, $\mu - \sigma\xi > X_{(1)}$).

Para a construção de intervalos de confiança, recorre - se a propriedade de normalidade assintótica do estimador, para $\gamma > -1$. Apesar de ser um estimador simples de computar e possuir propriedades assintóticas desejáveis, essas propriedades são válidas apenas no caso de $\gamma > -1$, (Zhou, 2009).

2.10.2 Inferência para os Níveis de Retorno

Para estimar os níveis de retorno em uma análise de extremos, recorreremos à estimativa de máxima verossimilhança do quantil z_p , onde $0 < p < 1$. Esta estimativa é obtida substituindo as estimativas de máxima verossimilhança dos parâmetros da distribuição de valores extremos generalizados (GEV), considerando retornos para um período de $1/p$.

Para $\xi \neq 0$, a estimativa de z_p é dada por:

$$\hat{z}_p = \theta - \frac{\sigma}{\xi} \left[1 - \left(-\frac{\log(1-p)}{\xi} \right)^{-\xi} \right], \quad (2.10.4)$$

enquanto para $\xi = 0$, temos:

$$\hat{z}_p = \theta - \sigma \log \left(-\frac{\log(1-p)}{\xi} \right). \quad (2.10.5)$$

Onde $y_p = -\log(1-p)$.

A variância do estimador \hat{z}_p pode ser aproximada pelo método delta, utilizando a matriz de variância e covariância de $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})$ e o gradiente do quantil em relação aos parâmetros, avaliado nas estimativas de máxima verossimilhança:

$$V = (\nabla_z)_p^T \nabla_z^p$$

Para estimar os níveis de retorno associados a períodos longos, correspondentes aos quantis associados aos valores de p com $t = 1/p$, a estimativa de máxima verossimilhança é:

$$\hat{z}_0 = \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}},$$

Com o gradiente do quantil em relação aos parâmetros avaliados nas estimativas de máxima verossimilhança :

$$(\nabla_z)_p^T = \left[1, -\frac{\xi^{-1}}{1}, \frac{\sigma \xi^{-2}}{1} \right]$$

Quando $\hat{\xi} \geq 0$, a estimativa de verossimilhança da distribuição é infinita.

2.10.3 Perfil da Verossimilhança

O perfil de verossimilhança é uma ferramenta estatística usada para estimar os parâmetros de um modelo estatístico quando a máxima verossimilhança direta é difícil de calcular ou interpretar. É especialmente útil quando há múltiplos parâmetros a serem estimados e há interesse em avaliar a incerteza em um parâmetro específico, mantendo os outros parâmetros fixos.

O perfil de verossimilhança é obtido maximizando a verossimilhança em relação a todos os parâmetros, excepto um, que é mantido fixo em um valor específico. Então, a verossimilhança é plotada como uma função do parâmetro de interesse. Esse gráfico revela a relação entre a verossimilhança e o parâmetro de interesse, mostrando como a verossimilhança varia à medida que o parâmetro é alterado.

Esta metodologia também pode ser aplicada quando a inferência é necessária em algumas combinações de parâmetros. Em particular, podem-se obter intervalos de confiança para qualquer nível de retorno (NR) específico z_p . Isto requer uma reparametrização do modelo GEV, de modo que z_p seja um dos parâmetros do modelo, após o qual o perfil log-verossimilhança é obtido pela maximização em relação aos parâmetros restantes na maneira usual. A reparametrização é direta:

$$\mu = z_p + \frac{\sigma}{\xi} \left(1 - (-\log(1 - p))^{-\xi} \right) \quad (2.10.6)$$

Nesta equação, μ representa a média da distribuição GEV, enquanto z_p é o nível de retorno específico de interesse. Os outros parâmetros da distribuição (como σ e ξ) são estimados da maneira usual.

2.10.4 Método de Momentos Ponderados por Probabilidade

Segundo Greenwood et al. (1979), o Método de Momentos Ponderados por Probabilidade é uma técnica útil para estimar parâmetros de distribuições de valores extremos (GEV). Ele envolve calcular momentos ponderados de uma distribuição para estimar seus parâmetros. Este método é especialmente útil para a família de distribuições GEV, onde os parâmetros podem ser estimados usando amostras de máximos de bloco.

Para a família GEV, quando $\gamma < 1$ e considerando $p = 1$ e $s = 0$, o momento ponderado por

probabilidade é dado por:

$$M_{1,r,0} = \frac{1}{r+1} \frac{b-a}{\gamma[1-(r+1)\gamma\Gamma(1-\gamma)]!} \quad (2.10.7)$$

No entanto, é importante notar que não há uma expressão analítica para o estimador de γ , então ele precisa ser computado numericamente. Além disso, quando $\gamma \geq 1$, a distribuição GEV não possui momentos ou momentos ponderados por probabilidade.

Embora o método de momentos ponderados por probabilidade seja amplamente utilizado devido à sua simplicidade conceitual e fácil implementação, ele tem suas limitações. Por exemplo, ele não é aplicável em situações com caudas extremamente pesadas e sua propriedade de normalidade assintótica do estimador é válida apenas para $\gamma \in (-1, 1/2)$.

Uma modificação deste método, chamada método de L-momentos (Hosking; Wallis, 1990), apresenta vício e variância um pouco menores e é mais robusta em relação à presença de outliers. Além disso, existem outros métodos, como o estimador de Hill (Hill, 1975) para $\gamma > 0$ e o estimador baseado em estatísticas de ordem proposto por Jansen e Vries (1991), que são consistentes para todo γ real e robustos à não independência dos máximos de bloco amostrais. Estes métodos fornecem alternativas valiosas para estimar parâmetros em distribuições de valores extremos.

2.10.5 Qualidade de Ajuste

Ao ajustar um modelo aos dados, o objetivo é estimar a função de distribuição desconhecida G , da qual as amostras são extraídas. Ao aplicar um modelo GEV aos dados, obtém-se uma estimativa \hat{G} para G . Para verificar se a amostra dos máximos parciais m_1, \dots, m_k pode ser considerada uma amostra aleatória da distribuição estimada \hat{G} , comparamos essa distribuição com uma estimativa empírica de G , derivada dos próprios dados.

Os métodos de qualidade do ajuste baseiam-se na comparação entre a distribuição empírica \tilde{G} e a estimativa \hat{G} . Isso é feito através de técnicas gráficas como o gráfico PP plot e o gráfico QQ plot.

No gráfico PP plot, os pontos são representados por $\left(\hat{G}(m(i)), \frac{i}{k+1}\right)$. Desvios substanciais da

linearidade indicam falhas no modelo.

No gráfico QQ plot, os pontos são representados por $\left(\hat{G}^{-1}\left(\frac{i}{k+1}\right), m(i)\right)$. Se \hat{G} é uma boa estimativa para G , os pontos do gráfico devem estar próximos da diagonal unitária.

Ambos os gráficos fornecem informações semelhantes, mas em escalas diferentes. É importante utilizar ambos os métodos, pois um ajuste que parece razoável em uma escala pode parecer inadequado em outra.

Além das abordagens gráficas, existem testes de hipóteses que comparam a distribuição empírica com uma distribuição hipotética \tilde{G} com parâmetros θ . A discrepância entre essas distribuições pode ser medida através de estatísticas quadráticas, como a estatística de Cramer-von Mises (ou W^2) e a estatística de Anderson-Darling (ou A^2).

Na análise dos resíduos, sob a hipótese nula de que os dados seguem uma distribuição GEV, os resíduos seguem uma distribuição Exponencial(1). Os resíduos podem ser visualizados em um gráfico PP e testados quanto ao ajuste à distribuição Exponencial(1) usando o teste de Kolmogorov-Smirnov.

2.11 Modelos com Limiar

Seja X_1, X_2, \dots uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.), com distribuição marginal F . É natural considerar como eventos extremos aqueles de X_i que excedem algum limite superior u . Denotando um termo arbitrário na sequência X_i por X , podemos descrever o comportamento estocástico dos eventos extremos através da probabilidade condicional:

$$\Pr\{X > u + y \mid X > u\} = \frac{1 - F(u + y)}{1 - F(u)}, \quad y > 0 \quad (2.11.1)$$

Se a distribuição principal F fosse conhecida, a distribuição de excedência do limite em 2.11.1 também seria conhecida. São procuradas aproximações que sejam amplamente aplicáveis para valores elevados do limite. Isso é semelhante ao uso do modelo GEV como uma aproximação da distribuição dos máximos em sequências longas quando a distribuição populacional é desconhecida.

2.11.1 Distribuição Generalizada de Pareto (GPD)

A GPD é frequentemente usada em métodos de análise de valores extremos (EVT), onde é comum modelar apenas as observações acima de um determinado limiar, cujas observações são cruciais nas análises de eventos extremos. Isso faz com que a GPD seja uma escolha útil em áreas como análise de risco, seguros, finanças e hidrologia, onde a ocorrência de eventos extremos é crítica.

De acordo com Coles (2001), assim como a Distribuição Generalizada de Valores Extremos (doravante GVE) é a distribuição limite do bloco máximo, a GPD aparece como a forma paramétrica para a distribuição limite de excessos de limiar, cuja função de densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x|u, \sigma, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + \xi \frac{x-u}{\sigma}\right)^{-1/\xi-1} & \text{se } x > u \\ 0 & \text{se } x \leq u \end{cases} \quad (2.11.2)$$

A função de distribuição é dada por:

$$F(x|u, \sigma, \xi) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \xi \frac{x-u}{\sigma}\right)^{-1/\xi} & \text{se } x > u \\ 0 & \text{se } x \leq u \end{cases} \quad (2.11.3)$$

onde u é o limiar, σ é o parâmetro de escala e ξ é o parâmetro de forma.

Denotamos por N_u o número de observações que excedem o limiar u , ou seja, $N_u = \sum_{i=1}^n 1(X_i > u)$, onde $1(X_i > u) = 1$ se $X_i > u$ e 0 caso contrário. Os excessos além do limiar u , denotados por Y_1, \dots, Y_{N_u} , são os valores $X_i - u$ para i tal que $X_i - u \geq 0$. Para um limiar u fixo, N_u também é uma variável aleatória.

Como X_1, X_2, \dots, X_n têm distribuição comum F_X , então $P(N_u > t) = \binom{n}{t} (1 - F_X(u))^t F_X(u)^{n-t}$, para $t = 0, 1, \dots, n$. Ou seja, N_u segue uma distribuição binomial Binomial($n, 1 - F_X(u)$) e o número médio de excessos além de u será seu valor esperado:

$$E[N_u] = n(1 - F_X(u))$$

que é uma função decrescente em u . N_u será o tamanho de amostra efetivo utilizado para estimar os parâmetros do modelo GPD.

2.11.2 Seleção do Limiar

A Seleção do limiar u desempenha um papel fundamental na modelagem de extremos com a distribuição Generalizada de Pareto. Segundo Coles et al. (2001), o limiar u deve ser selecionado de forma a capturar apenas os eventos extremos relevantes para a análise, descartando observações que não são consideradas extremas.

Um limiar muito baixo pode resultar em uma amostra que não segue a distribuição GPD, enquanto um limiar muito alto pode resultar em uma amostra muito pequena para estimar os parâmetros com precisão (Embrechts et al., 2013). Portanto, a escolha do limiar u deve ser feita com base em considerações teóricas e práticas da aplicação específica.

O limiar pode ser escolhido de forma que uma fração específica dos dados seja excedida, como os 5% superiores. Outra abordagem é utilizar métodos gráficos, como o PP plot, para identificar o ponto de inflexão na curva, indicando onde a distribuição dos extremos começa a divergir da distribuição geral.

Existem dois métodos disponíveis para este fim, sendo um deles uma técnica exploratória realizada antes da estimação do modelo, o outro é uma avaliação da estabilidade das estimativas dos parâmetros, baseada na adaptação de modelos numa gama de diferentes limiares. O primeiro método é baseado na média da distribuição Generalizada de Pareto (GPD). Se Y tem uma distribuição GP com parâmetros σ e ξ , então

$$E(Y) = \frac{\sigma}{1 - \xi}. \quad (2.11.4)$$

A média da distribuição GP é utilizada como um ponto de referência para escolher um limiar inicial. Em contraste, o segundo método envolve a avaliação da estabilidade dos parâmetros estimados ao ajustar o modelo com diferentes limiares. Isso permite identificar o limiar que fornece estimativas mais robustas e consistentes para os parâmetros do modelo.

Fornecido $\xi < 1$. Quando $\xi \geq 1$, a média é infinita. Agora, supondo que a distribuição Generalizada de Pareto é válida como modelo para os excessos de um limiar u_0 gerado por uma série X_1, \dots, X_n , da qual um termo arbitrário é denotado por X . Pela equação 2.11.4.

$$E(X - u_0 \mid X > u_0) = \frac{\sigma_{u_0}}{1 - \xi}, \quad (2.11.5)$$

Uma vez fornecido $\xi < 1$, onde σ_{u_0} é o parâmetro de escala correspondente aos excessos do

limiar u_0 . Mas se a GPD é válida para os excessos do limiar u_0 , deve igualmente ser válida para todos os limiares $u > u_0$, sujeita à mudança do parâmetro de escala apropriado para σ_u . Portanto, para $u > u_0$,

$$E(X - u \mid X > u) = \frac{\sigma_u}{1 - \xi} = \frac{\sigma_{u_0} + \xi(u - u_0)}{1 - \xi}, \quad (2.11.6)$$

Para $u > u_0$, $E(X - u \mid X > u)$ é uma função linear de u . Além disso, $E(X - u \mid X > u)$ é simplesmente a média dos excessos do limiar u .

Para determinar o limiar u , é comum recorrer à análise gráfica da linearidade das observações que excedem vários limiares u determinados na própria amostra. Um dos gráficos utilizados para essa determinação visual é o gráfico de vida média residual. Este gráfico é construído da seguinte maneira:

$$\left\{ \left(u, \frac{1}{n_u} \sum_{i=1}^{n_u} (x_{(i)} - u) \right) : u < x_{max} \right\} \quad (2.11.7)$$

Onde x_1, x_2, \dots, x_n consistem nas observações que excedem u e x_{max} é o valor mais elevado dentre essas observações. Essa abordagem permite uma avaliação visual da linearidade das observações que ultrapassam diferentes limiares u na amostra.

2.11.3 Estimação dos Parâmetros da GPD

A estimação dos parâmetros da distribuição Generalizada de Pareto é fundamental na análise de dados de extremos. A GPD é parametrizada por um parâmetro de forma ξ e um parâmetro de escala σ . Existem vários métodos para estimar esses parâmetros, incluindo Máxima Verossimilhança (ML) e momentos de L-moments.

Após determinar um limiar u , os parâmetros da distribuição GP podem ser estimados pela Máxima Verossimilhança (MV). Supondo que y_1, \dots, y_k são os k excessos acima do limiar u , a função de verossimilhança para estimar os parâmetros σ e ξ da distribuição GP é dada por:

$$L(\sigma, \xi) = \prod_{i=1}^k \frac{1}{\sigma} \left(1 + \xi \frac{y_i - u}{\sigma} \right)^{-(1/\xi+1)}. \quad (2.11.8)$$

Os estimadores de máxima verossimilhança $\hat{\sigma}$ e $\hat{\xi}$ são obtidos maximizando a função de verossimilhança $L(\sigma, \xi)$ em relação aos parâmetros σ e ξ . Para os parâmetros da função de

log-verossimilhança σ e ξ da distribuição GP é o logaritmo da função de verossimilhança:

$$\ell(\sigma, \xi) = \log L(\sigma, \xi) = \sum_{i=1}^k \left[-\log \sigma - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \log \left(1 + \xi \frac{y_i - u}{\sigma}\right) \right] \quad (2.11.9)$$

Para estimar os parâmetros σ e ξ , calculamos os estimadores de máxima verossimilhança $\hat{\sigma}$ e $\hat{\xi}$ maximizando a função de log-verossimilhança $\ell(\sigma, \xi)$.

2.11.4 Níveis de Retorno

Os níveis de retorno são uma medida importante na análise de extremos utilizada para quantificar a probabilidade de ocorrência de eventos extremos em um determinado período de tempo ou escala específica. Eles são calculados com base na distribuição de probabilidades dos dados extremos modelados, como a distribuição Generalizada de Pareto.

Os níveis de retorno são uma medida crucial na análise de extremos, utilizada para quantificar a probabilidade de ocorrência de eventos extremos em um determinado período de tempo ou escala específica. Segundo Coles et al. (2001), eles representam os valores extremos que são esperados ou excedidos, em média, uma vez a cada T anos. São frequentemente expressos em termos de retorno T anos, onde T é uma unidade de tempo, como anos, meses, dias.

Para uma distribuição Generalizada de Pareto, que é comumente utilizada para modelar extremos, o nível de retorno R_T para um período de retorno T pode ser calculado usando a função de distribuição acumulada. Conforme discutido por Embrechts et al. (2013), o cálculo é dado por:

$$R_T = u + \frac{\sigma}{\xi} \left[\left(\frac{k}{T}\right)^{-\xi} - 1 \right],$$

onde u é o limiar acima do qual os eventos são considerados extremos, σ é o parâmetro de escala da distribuição GPD, ξ é o parâmetro de forma, e k é o número de eventos extremos observados acima do limiar u em um período de T unidades de tempo.

2.11.5 Escolha do limiar revista

A escolha do limiar (threshold) na aplicação da GPD é um passo crucial para modelar valores extremos. Métodos tradicionais como o Mean Residual Life Plot (MRL) e o Hill Plot são úteis, mas podem ser difíceis de interpretar isoladamente. Portanto, uma técnica complementar envolve ajustar a GPD para uma gama de limiares e procurar a estabilidade das estimativas dos parâmetros, uma abordagem descrita por diversos estudiosos da análise de valores extremos.

Segundo o Teorema de Pickands-Balkema-de Haan, se a GPD é um modelo razoável para os excessos acima de um limiar u_0 , então os excessos acima de um limiar superior u também devem seguir uma GPD. Os parâmetros de forma (ξ) das duas distribuições são idênticos. No entanto, o parâmetro de escala (σ_u) para um limiar $u > u_0$ segue a relação:

$$\sigma_u = \sigma_{u_0} + \xi(u - u_0),$$

onde σ_{u_0} é o parâmetro de escala para o limiar u_0 .

Para corrigir a variação do parâmetro de escala com u , pode-se definir um novo parâmetro de escala modificado:

$$\sigma^* = \sigma_u - \xi u.$$

Este parâmetro σ^* deve ser constante em relação a u devido à relação acima, desde que u_0 seja um limiar válido. Assim, se u_0 é um bom limiar, as estimativas de σ^* e ξ devem permanecer estáveis para $u \geq u_0$. Devido à variabilidade da amostra, essas estimativas não serão exatamente constantes, mas devem ser aproximadamente estáveis dentro dos intervalos de confiança (IC) para erros de amostragem.

- Para ξ : Os IC são obtidos diretamente a partir da matriz de variância-covariância V .
- Para σ^* : Usando o método delta, onde a variância de $\hat{\sigma}^*$ é aproximada por:

$$\text{Var}(\hat{\sigma}^*) \approx \nabla_{\sigma^*}^T V \nabla_{\sigma^*},$$

$$\nabla_{\sigma^*}^T = \left[\frac{\partial \sigma^*}{\partial \sigma_u}, \frac{\partial \sigma^*}{\partial \xi} \right] = [1, -u].$$

3 MATERIAL E MÉTODOS

Neste estudo, procedeu-se à análise dos índices pluviométricos do distrito de Mocuba, na província da Zambézia, com especial enfoque nos eventos extremos de precipitação. Para tal, recorreu-se à Teoria dos Valores Extremos (EVT), através da aplicação dos modelos GEV (Generalized Extreme Value) e GPD (Generalized Pareto Distribution), com o intuito de caracterizar e modelar episódios de precipitação intensa, susceptíveis de provocar inundações e outros impactos significativos na região.

3.1 Fonte e Descrição dos Dados

O presente estudo, foi realizado com dados secundários de Precipitação Máxima Mensal do Distrito de Mocuba Localizado na província de Zambézia, no período de 2000 à 2020, fornecidos pelo Instituto Nacional de Meteorologia de Maputo. A base de dados é composta por dados de precipitação máxima mensal, o ano de 2006 foi excluído do estudo devido a ausência de dados.

Os dados foram processados através do python (Jupyter Notebook 6.5.4), Microsoft Excel 365, software R 4.3.1 e TeXstudio 4.6.2 para elaboração do relatório, para efeitos de avaliação da regra de decisão, usou-se um p-valor associado à estatística do teste.

3.2 Métodos

Os dados de precipitação pluviométrica foram pré-processados para remover valores ausentes e inconsistências. Foram selecionados dados representativos e completos para capturar a variabilidade temporal e espacial das chuvas em Mocuba. A análise focou na identificação de eventos extremos e na modelagem de sua distribuição para entender melhor a frequência e a intensidade das chuvas extremas.

3.3 Testes Estatísticos

Na análise de índices pluviométricos, particularmente ao investigar eventos extremos como chuvas intensas, a aplicação de métodos estatísticos rigorosos desempenha um papel crucial na

validação e interpretação dos modelos utilizados. Segundo Wilks (2011), os testes estatísticos são essenciais para determinar se os modelos ajustados são adequados para descrever a distribuição de eventos extremos de precipitação.

Ao utilizar o modelo GEV para analisar eventos extremos de índices pluviométricos, é essencial realizar testes formais para validar as suposições do modelo e verificar a qualidade do ajuste aos dados observados. Um dos testes críticos na análise GEV é a verificação da hipótese nula $\xi = 0$, devido à maior simplicidade da função de densidade da distribuição Gumbel quando $\xi = 0$.

A hipótese $\xi = 0$ implica que a distribuição dos extremos segue uma distribuição Gumbel, que é um caso especial da GEV. No entanto, em muitos casos práticos, especialmente em eventos climáticos extremos, a distribuição GEV mais geral (com $\xi \neq 0$) pode ser mais apropriada para capturar a forma da cauda da distribuição dos eventos extremos.

3.3.1 Ljung Box

O teste de Ljung-Box é um teste estatístico utilizado para verificar a aleatoriedade dos resíduos de um modelo ajustado, avaliando se há autocorrelação significativa nos resíduos do modelo. O teste de Ljung-Box pode ser aplicado para verificar se há autocorrelação nos resíduos após ajustar um modelo estatístico, enfatizando sua importância na verificação da aleatoriedade dos resíduos após o ajuste de modelos estatísticos, conforme Chandra et al. (2020).

A estatística de teste Q é calculada com base nos autocorrelogramas dos resíduos, medindo a diferença entre as autocorrelações observadas e as esperadas sob a hipótese nula de que os resíduos são não correlacionados (brancos). Formalmente, a estatística de teste é dada por:

$$Q = n(n + 2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{\rho}_k^2}{n - k} \quad (3.3.1)$$

onde n é o tamanho da amostra, m é o número de lags considerados, e $\hat{\rho}_k$ é a autocorrelação dos resíduos no lag k .

O teste de Ljung-Box possui as seguintes hipóteses:

- Hipótese Nula (H0): Os resíduos da série temporal são independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.). Não há autocorrelação nos resíduos.

- Hipótese Alternativa (H1): Há autocorrelação nos resíduos da série temporal.

A estatística Q segue aproximadamente uma distribuição qui-quadrado com h graus de liberdade sob a hipótese nula. Valores altos de Q indicam evidências contra a hipótese nula, sugerindo que os resíduos não são brancos e podem conter padrões que não foram capturados pelo modelo ajustado.

3.3.2 Teste De Ajuste ao Modelo

3.3.3 Estatística de Kolmogorov-Smirnov (KS)

O teste KS é amplamente utilizado para verificar a aderência dos dados observados à distribuição teórica ajustada pelo modelo. Segundo Stephens (1974), o teste KS é eficaz para comparar a distribuição empírica de dados extremos com distribuições teóricas, como a GEV.

Na análise estatística de índices pluviométricos extremos, os parâmetros da GEV são frequentemente estimados por meio do método de máxima verossimilhança. Para verificar se os dados observados seguem uma distribuição GEV ajustada, utilizamos a estatística de Kolmogorov-Smirnov, conforme definida por Chandra et al., (2020)

A estatística KS é calculada como a diferença máxima entre a função de distribuição acumulada empírica dos dados observados e a função de distribuição acumulada teórica da GEV ajustada, dada pelas estimativas dos parâmetros. Aqui, reformulamos a estatística KS conforme descrito:

$$D^+ = \max_i \left(\frac{i}{m} - H_\xi(m(i)) \right), \quad (3.3.2)$$

$$D^- = \max_i \left(H_\xi(m_{(i)}) - \frac{i-1}{m} \right), \quad (3.3.3)$$

$$D = \max(D^+, D^-), \quad (3.3.4)$$

onde $m(i)$ são os i -ésimos máximos ordenados dos dados e H_ξ representa a função de distribuição acumulada da GEV com os parâmetros estimados. A estatística D é calculada comparando a distribuição acumulada empírica dos dados com a distribuição acumulada teórica da GEV ajustada. Ela avalia a máxima discrepância entre essas duas funções, indicando a aderência ou não dos dados à distribuição GEV.

3.3.4 Teste de Anderson-Darling

O teste de Anderson-Darling é uma ferramenta estatística utilizada para avaliar se uma amostra de dados segue uma distribuição teórica específica, como a GPD. Este teste é particularmente relevante na análise de extremos pluviométricos, onde a GPD é comumente aplicada para modelar eventos de precipitação intensa.

O teste de Anderson-Darling calcula uma estatística A^2 que mede a discrepância entre a função de distribuição acumulada empírica dos dados e a função de distribuição acumulada teórica da GPD ajustada. Segundo Stephens (1974), a estatística A^2 é definida como:

$$A^2 = -n - S$$

onde n é o tamanho da amostra e S é a soma ponderada dos desvios entre as distribuições acumuladas empírica e teórica:

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{(2i-1)}{n} [\ln F(X_{(i)}) + \ln(1 - F(X_{(n+1-i)}))] \quad (3.3.5)$$

Onde, $X_{(i)}$ representa o i -ésimo valor ordenado da amostra e F representa a função de distribuição acumulada teórica da GPD ajustada.

3.3.5 Teste da razão de verossimilhança (TRV)

O teste da razão de verossimilhança é uma ferramenta estatística utilizada para comparar a adequação de dois modelos estatísticos, sendo frequentemente aplicado na seleção de modelos de distribuição para ajuste de dados observados, como os índices pluviométricos, Wilks, (1938).

O teste da razão de verossimilhança compara dois modelos:

- Modelo Restrito (M_R): É o modelo mais simples ou mais restrito, que assume menos parâmetros.
- Modelo Completo (M_C): É o modelo mais complexo ou menos restrito, que inclui mais parâmetros.

A estatística de teste D é definida como a diferença de log-verossimilhanças entre os dois

modelos:

$$D = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\theta}_R)}{L(\hat{\theta}_C)} \right) \quad (3.3.6)$$

onde:

- $L(\hat{\theta}_R)$ é o valor máximo da função de verossimilhança para o modelo restrito.
- $L(\hat{\theta}_C)$ é o valor máximo da função de verossimilhança para o modelo completo.
- $\hat{\theta}_R$ e $\hat{\theta}_C$ são os estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros para os modelos restrito e completo, respectivamente.

O teste da razão de verossimilhança envolve as seguintes hipóteses:

- Hipótese Nula (H0): O modelo restrito é suficientemente adequado para descrever os dados; não há benefício significativo em usar o modelo completo.
- Hipótese Alternativa (H1): O modelo completo é significativamente mais adequado que o modelo restrito para descrever os dados.

3.3.6 Teste de Mann-Kendall

O teste de Mann-Kendall é um método não paramétrico amplamente utilizado para detectar tendências em séries temporais, especialmente em dados climáticos e hidrológicos, Kendall (1975).

O teste de Mann-Kendall verifica a presença de uma tendência monotônica sem pressupor que a tendência seja linear. A estatística de teste é baseada na comparação entre cada par de observações na série temporal. A estatística S é calculada como a soma dos sinais das diferenças entre observações sucessivas:

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \text{sgn}(x_j - x_i) \quad (3.3.7)$$

onde $\text{sgn}(x_j - x_i)$ é a função sinal, que assume os valores:

$$\text{sgn}(x_j - x_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_j > x_i, \\ 0 & \text{se } x_j = x_i, \\ -1 & \text{se } x_j < x_i. \end{cases}$$

Para séries temporais sem tendência, a expectativa matemática de S é zero. Se $n \geq 10$, a estatística S é aproximadamente normalmente distribuída com média zero e variância σ^2 :

$$\sigma^2 = \frac{n(n-1)(2n+5) - \sum t_i(t_i-1)(2t_i+5)}{18}$$

onde t_i é o número de empates na i -ésima amostra.

A estatística padronizada Z é então calculada como:

$$Z = \begin{cases} \frac{S-1}{\sigma} & \text{se } S > 0, \\ 0 & \text{se } S = 0, \\ \frac{S+1}{\sigma} & \text{se } S < 0. \end{cases}$$

O teste de Mann-Kendall envolve as seguintes hipóteses :

- Hipótese Nula (H0): Não há tendência monotônica significativa na série temporal.
- Hipótese Alternativa (H1): Existe uma tendência monotônica significativa (crescente ou decrescente) na série temporal.

3.4 Análise Gráfica

A análise gráfica complementa os testes estatísticos formais na avaliação da qualidade de ajuste dos modelos de EVT. Enquanto os testes estatísticos fornecem informações objetivas, os gráficos permitem uma inspeção visual direta das discrepâncias entre o modelo teórico e os dados reais. Portanto, é recomendável realizar uma análise gráfica abrangente juntamente com os testes estatísticos para uma avaliação mais robusta e completa da adequação do modelo.

Na análise estatística para verificar a qualidade do ajuste dos dados, além dos testes estatísticos formais, é fundamental realizar análises gráficas que oferecem uma avaliação visual da concordância entre os dados observados e os modelos teóricos. O pp-plot (gráfico de probabilidade-probabilidade), o qq-plot (gráfico quantil-quantil), histogramas com curvas de densidade teórica e empírica, além dos gráficos de níveis de retorno para avaliar o ajuste dos modelos de distribuição de valores extremos como GEV e a GPD .

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Segundo projeções do INE, Mocuba é o terceiro Distrito mais populoso da Província com 399.400 habitantes em 2017, sendo de 193.767 do sexo masculino e 205.632 do sexo feminino.

De acordo com censo 2007 a distribuição territorial da população é irregular verificando-se maior concentração na Localidade de Mocuba-sede onde concentra cerca de 49.12% do total do Distrito, seguido pela Autarquia de Mocuba com cerca de 25.5%, Localidade de Mugeba-Sede com cerca de 19.3%. A Localidade de Alto Benfica é a que regista menor concentração com apenas 6.08%. portanto, a população é predominantemente rural (74.49%) e jovem, sendo de 25.9% os habitantes com menos de 15 anos. A população dos idosos com idade superior a 65 anos é e 4%.

4.1 Análise Descritiva

4.1.1 Caracterização da Amostra do Estudo

Neste capítulo serão utilizadas as distribuições apresentadas nos Capítulos 2 e 3 para modelagem dos valores extremos da precipitação diária.

Os dados utilizados neste estudo sobre a precipitação Maximal mensal (mm) do distrito de Mocuba fornecidos pelo Instituto Nacional de Meteorologia de Moçambique. O banco de dados contém a precipitação mensal compreendida entre janeiro de 2000 e dezembro de 2020. Os anos de 2000, 2001 e 2006 não foram utilizados neste estudo por conterem um número muito alto de observações em falta, sendo assim, obteve-se uma amostra de 217 precipitações máximas mensais.

A figura 2 apresenta o comportamento dos dados de precipitação do distrito de mocuba ao longo dos 2000 a 2020, onde verifica-se que a precipitação máxima em alguns períodos está abaixo dos 25mm o que não constitui um problema, mas também verifica - se que também valores bem elevados na parte esquerda do gráfico, correspondente aos primeiros e últimos meses dos anos

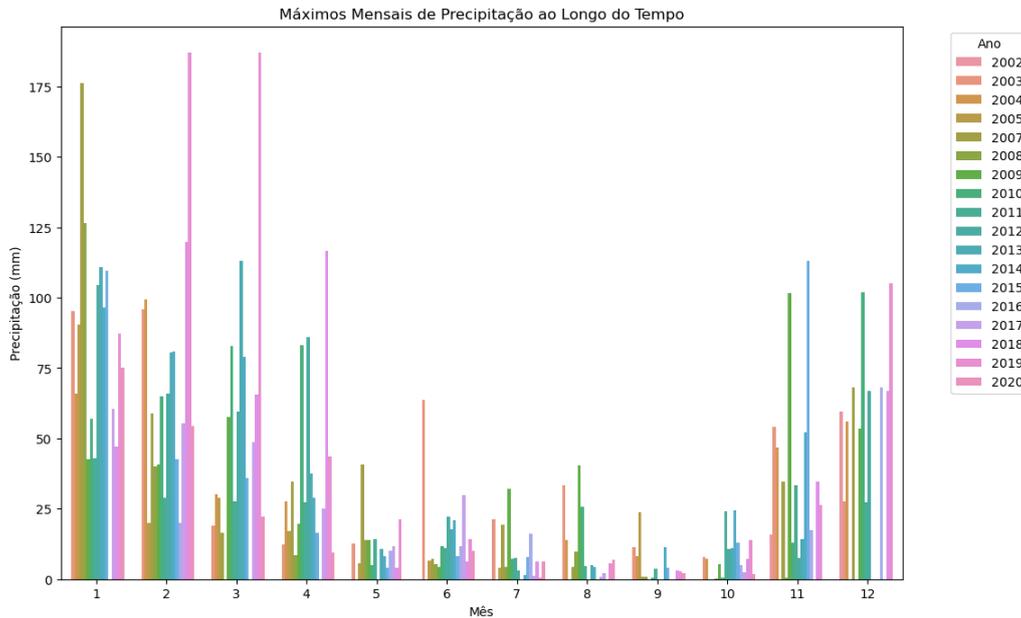


Figura 2: Dados de precipitação Máxima do Distrito de Mocuba de jan de 2000 à dez de 2020 em estudo indicando a forte presença de eventos extremos de precipitação. Com este estudo espera - se ter uma visão geral do comportamento da cauda direita da precipitação máxima mensal do distrito de Mocuba, com o objetivo de aprofundar ainda mais a distribuição de seus valores Extremos.

Tabela 1: Estatísticas descritivas dos Máximos de precipitação do Distrito de Mocuba

Min.	1st Qu.	Mean	Std	Max
0.00	6.88	34.10	37.61	187.00

4.1.2 Modelagem dos máximos anuais

Para a modelagem pela distribuição de valores extremos generalizada, foram selecionados os máximos anuais da precipitação compreendidas entre 2000 e 2020, com exceção dos anos 2000, 2001 e 2006 onde a maioria dos dados estão em falta, resultando em uma amostra efetiva de $k = 18$ máximos anuais.

Os Níveis de pluviométricos máximos anuais do distrito de Mocuba estão compreendidos entre 42.80 mm e 187.0 mm, com uma média anual de 105.68 mm. Com o gráfico Função de autocorrelação parcial (PACF) ilustrado na figura 4, podemos notar que a série de máximos anuais de precipitação em Mocuba apresenta independência nas observações. A razão para essa

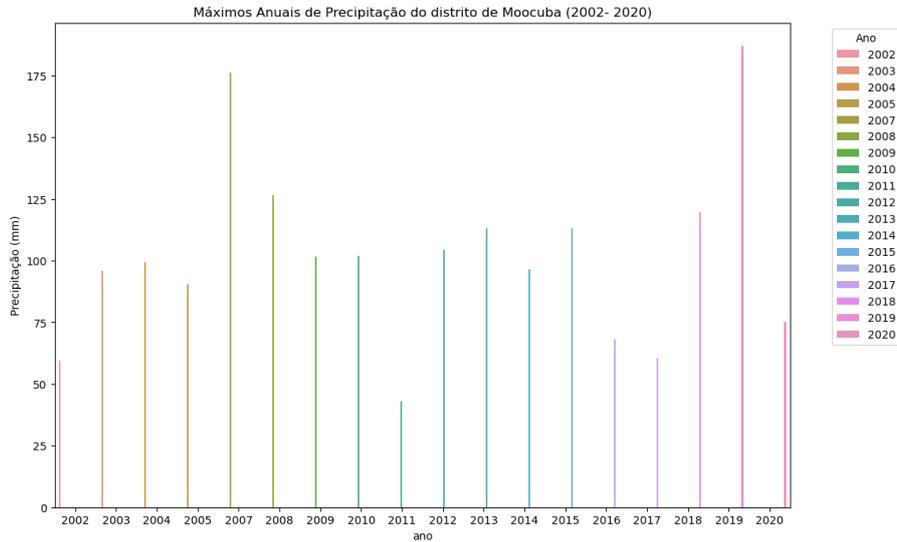


Figura 3: Máximos anuais de precipitação do Distrito de Mocuba

interpretação é que, a ausência de correlações significativas em lags além de 1 e 6 sugere que não há dependências complexas de longo prazo, e um modelo simples pode ser suficiente para representar os dados.

Tabela 2: Estatísticas descritivas dos Máximos Anuais da precipitação do Distrito de Mocuba

Min.	1st Qu.	Mean	Std	Max
42.8	91.83	105.68	113.08	187.00

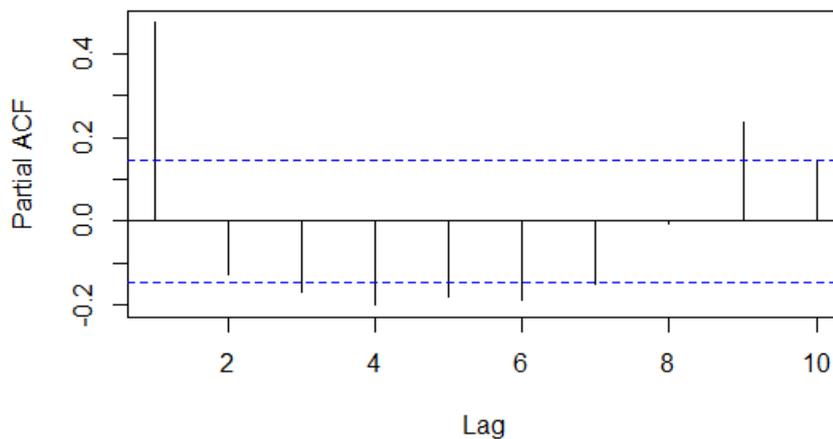


Figura 4: Função de autocorrelação parcial (PACF) dos Maximos Anuais de Precipitação do Distrito de Mocuba

As figuras 5 e 6 analisam os índices pluviométricos de Mocuba, Zambézia, mostrando uma distribuição moderadamente variável com eventos extremos de precipitação. O boxplot revela uma mediana baixa e outliers significativos, com a maioria dos valores abaixo de 70 mm, en-

quanto o histograma mostra uma distribuição assimétrica à direita, indicando raros períodos de precipitação muito alta. A análise conjunta indica que, apesar da maioria dos anos apresentarem valores próximos à mediana, eventos de precipitação anual máxima excepcionalmente alta ocorrem esporadicamente, sugerindo uma estabilidade geral com raras exceções de chuva intensa.

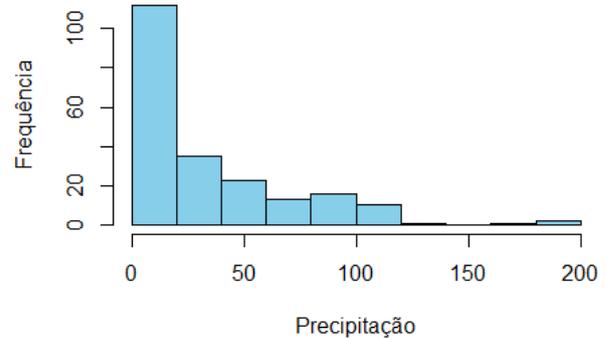
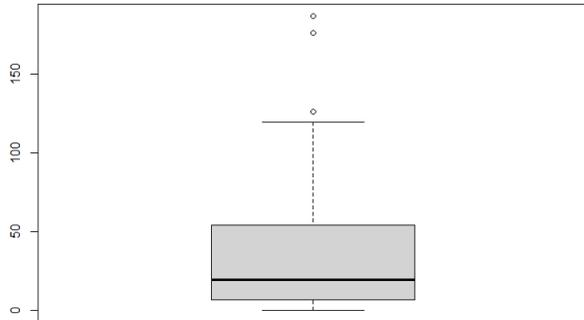


Figura 5: Boxplot da Precipitação de Mocuba

Figura 6: Histograma da Precipitação de Mocuba

A tabela 3 apresenta as estimativas pontuais e intervalares de máxima Verossimilhança do modelo GEV aos dados de precipitação do distrito de Mocuba, na província da Zambézia. As estimativas dos parâmetros indicam que a distribuição possui uma cauda direita pesada, um valor central em torno de 11.47, e uma dispersão de aproximadamente 14. Os erros padrão sugerem que as estimativas são relativamente precisas. A correlação significativa entre os parâmetros de localização e escala deve ser considerada na interpretação dos resultados.

Tabela 3: Estimativas de Máxima Verossimilhança dos parâmetros de um modelo GEV para os máximos anuais da precipitação do Distrito de Mocuba

Parâmetro	Estimativa	IC 95%
ξ	0.7545965	(0.53129, 0.97790)
μ	11.472641	(8.91243, 14.0329)
σ	13.997453	(11.1813, 16.8137)

Os gráficos de ajuste para a GEV dos dados de precipitação do distrito de Mocuba na província da Zambézia, com estimativas de Máxima de Verossimilhança dos parâmetros são apresentados na figura 7, indicam um bom ajuste para a maioria dos valores de precipitação, sugerindo que eventos de baixa precipitação extrema são mais prováveis. O histograma e a densidade teórica mostram que a GEV representa bem os dados empíricos, excepto para valores extremos. Nos gráficos Q-Q e P-P, a maioria dos pontos segue a linha diagonal, confirmando a adequação

da GEV, mas há discrepâncias notáveis nos quantis superiores, sugerindo que eventos de precipitação muito alta são mais frequentes do que o modelo prevê. A CDF empírica e teórica também mostram um bom ajuste, com pequenas discrepâncias nos extremos.

A distribuição GEV é adequada para modelar a precipitação no distrito de Mocuba e pode ser usada para prever eventos extremos, o que é crucial para o planejamento de infraestruturas e gestão de recursos hídricos. No entanto, os desvios nos valores extremos indicam a necessidade de ajustes adicionais no modelo para melhor capturar a frequência e magnitude desses eventos. Esta análise é fundamental para o desenvolvimento de políticas eficazes de mitigação de desastres e para a alocação de recursos visando aumentar a resiliência às inundações e secas.

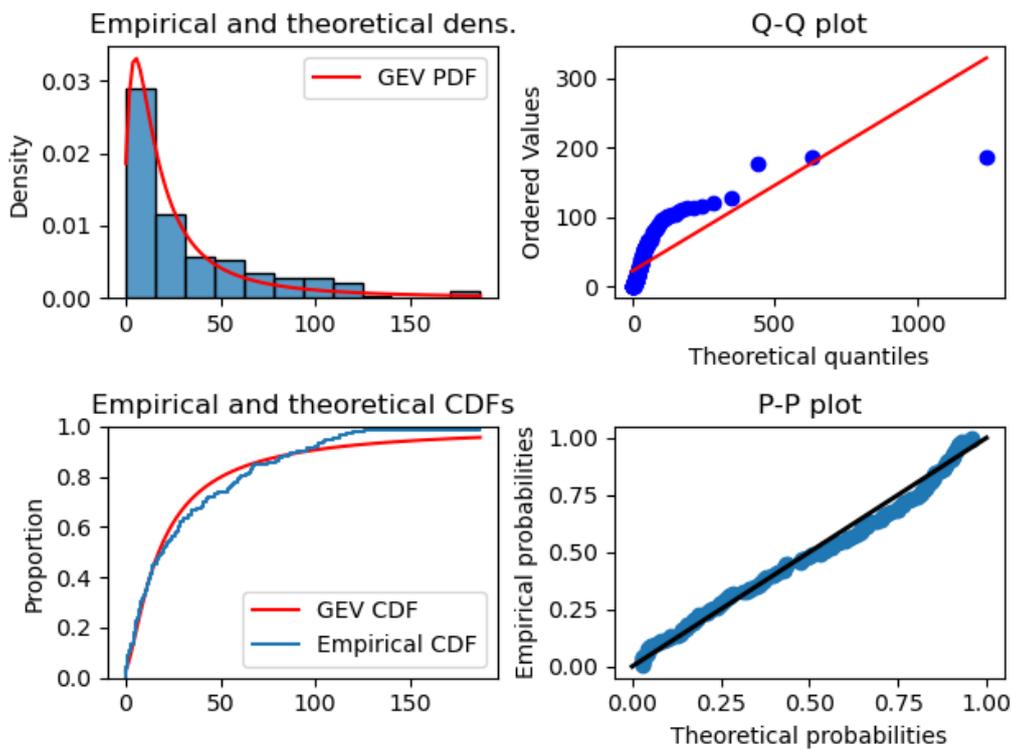


Figura 7: Gráficos diagnóstico para o Modelo GEV ajustado aos dados Precipitação Máxima do Distrito de Mocuba

A tabela 4 os testes de aderência realizados para avaliar o ajuste da distribuição Generalizada dos Valores Extremos aos dados de precipitação do Distrito de Mocuba indicam que o modelo é adequado. O teste de Anderson-Darling apresentou um valor-p de 0.1523, o teste de Kolmogorov-Smirnov resultou em um valor-p de 0.309, e o teste de Cramér-von Mises forneceu um valor-p de 0.2395. Em todos os casos, os valores-p são maiores que 0.05, sugerindo que não há evidências suficientes para rejeitar a hipótese de que os dados seguem a distribuição GEV ajustada.

Esses resultados indicam que a distribuição GEV ajustada descreve bem os dados de precipitação, confirmando a adequação do modelo para essa aplicação. Portanto, a distribuição GEV pode ser utilizada de forma confiável para analisar e prever eventos de precipitação extrema na região de Mocuba.

Tabela 4: Resultados dos Testes de Aderência para a Distribuição GEV

Teste	Estatística	Valor-p
Anderson-Darling	1.6101	0.1523
Kolmogorov-Smirnov	0.071558	0.309
Cramér-von Mises	0.21545	0.2395

Os resultados apresentados na Tabela 5 fornecem estimativas dos quantis de retorno para diferentes períodos de retorno, suas probabilidades associadas, e os intervalos de confiança de 95% para esses quantis. Por exemplo, para um período de retorno de 2 anos, o quantil de retorno é aproximadamente 17 mm, com um intervalo de confiança que vai de 13.82 a 20.9. Isso indica que há 95% de confiança de que o verdadeiro quantil de retorno para este período está dentro deste intervalo. À medida que os períodos de retorno aumentam, os quantis de retorno também aumentam, refletindo eventos mais extremos, como mostrado pelo quantil de retorno de 593.53 mm para um período de retorno de 100 anos, com um intervalo de confiança de 139.21 a 1047.85

Os intervalos de confiança são relativamente tendem a ser amplos para períodos de retorno maiores, indicando menor precisão na estimativa dos quantis de retorno para eventos mais raros. Para períodos de retorno mais curtos, os intervalos são mais estreitos, refletindo mais precisão nas estimativas.

Tabela 5: Estimativas dos Quantis de Retorno com Intervalos de Confiança

Período de Retorno (anos)	Probabilidade	Quantil de Retorno	IC 95%
2	50%	17.37	13.82 - 20.9
5	20%	50.49	38.66 - 62.32
10	10%	94.45	63.45 - 125.45
20	5%	167.93	92.74 - 243.11
50	2%	347.06	130.45 - 563.68
100	1%	593.53	139.21 - 1047.85

A Figura 8 apresenta o gráfico do nível de retorno para a distribuição GEV estimada. O gráfico

mostra que a precipitação média anual no distrito de Mocuba tem aumentado nos últimos anos. Isso pode ser observado pela inclinação positiva da curva de ajuste. O aumento da precipitação média anual pode ser atribuído a uma série de fatores, como as mudanças climáticas, a variabilidade natural da precipitação e a urbanização.

O gráfico também mostra que a variabilidade da precipitação máxima é alta. Isso pode ser observado pela ampla faixa dos limites inferior e superior (95% IC). A alta variabilidade da precipitação máxima significa que há uma grande chance de que ocorram eventos pluviométricos extremos, como secas e inundações.

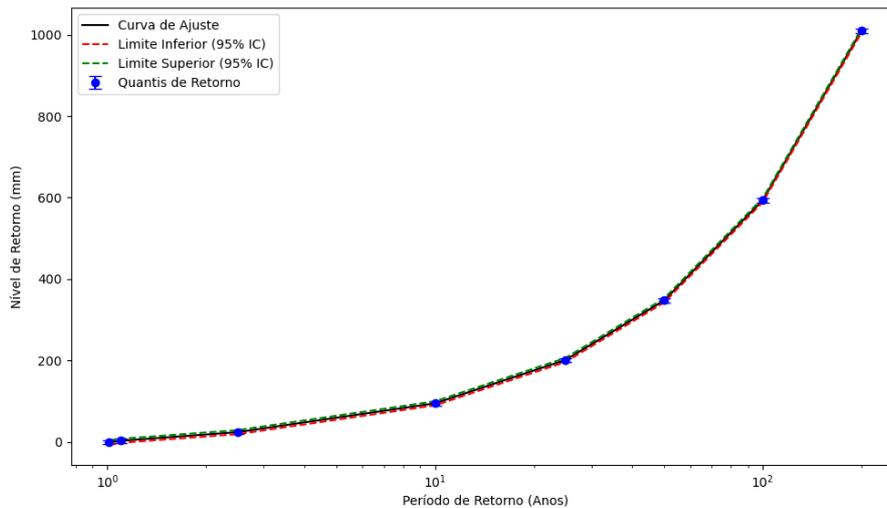


Figura 8: Gráfico de nível de retorno com intervalos de confiança para GEV

4.2 Distribuição Generalizada de Pareto

A Distribuição Generalizada de Pareto (GPD) é amplamente reconhecida por sua aplicabilidade na modelagem de eventos extremos acima de um limiar específico. Segundo Embrechts et al. (1997), 'a GPD é particularmente útil para descrever a distribuição dos excessos acima de um limiar, sendo crucial em áreas como finanças e meteorologia'. Neste estudo, utilizamos a GPD para analisar os dados de excessos, encontrando uma boa adequação aos nossos dados observados

Os resultados revelaram que a distribuição GPD se ajusta adequadamente aos dados de excessos, com parâmetros estimados que descrevem tanto a forma da distribuição quanto sua escala. Este modelo permite estimar quantis extremos e calcular medidas de risco associadas, fundamentais para a tomada de decisões e gestão de eventos críticos. A validação do modelo, conforme sugerido por Beirlant et al. (2004), através de testes estatísticos rigorosos, confirma

sua robustez na modelagem de eventos extremos.

Assim, a aplicação da GPD neste estudo não apenas fornece insights valiosos sobre a probabilidade e severidade dos eventos extremos, mas também estabelece uma base sólida para a gestão de riscos em contextos onde a precisão na estimativa de extremos é crucial.

4.2.1 Modelagem dos excessos de um limiar

A modelagem dos excessos acima de um limiar específico é fundamental para entender eventos extremos em diversas disciplinas. Segundo Embrechts et al. (1997), 'a análise de excessos é crucial para descrever eventos extremos que ultrapassam um limiar pré-determinado, proporcionando insights valiosos para a gestão de riscos'. Neste estudo, utilizamos métodos estatísticos avançados para modelar esses excessos, visando uma melhor compreensão de sua distribuição e severidade.

Como discutido por Coles (2001), a abordagem de modelagem de excessos permite uma focagem precisa nos eventos mais extremos, essenciais para decisões de planejamento e mitigação de riscos. Os resultados deste estudo confirmam a utilidade dessa abordagem, destacando a capacidade de capturar a distribuição dos eventos extremos acima do limiar estabelecido.

A Figura 9 apresenta o gráfico de vida média residual para a escolha de um limiar. O gráfico mostra que a probabilidade de excedência da precipitação do distrito de Mocuba aumenta com a diminuição do nível de retorno. Isso significa que eventos pluviométricos extremos, com nível de retorno alto, são menos prováveis de ocorrer, enquanto eventos pluviométricos com nível de retorno baixo são mais prováveis de ocorrer.

O gráfico também mostra que a curva de ajuste apresenta uma inclinação decrescente, o que indica que a relação entre o nível de retorno e a probabilidade de excedência é logarítmica. Isso significa que a probabilidade de excedência aumenta de forma mais rápida para os eventos pluviométricos com nível de retorno mais baixo.

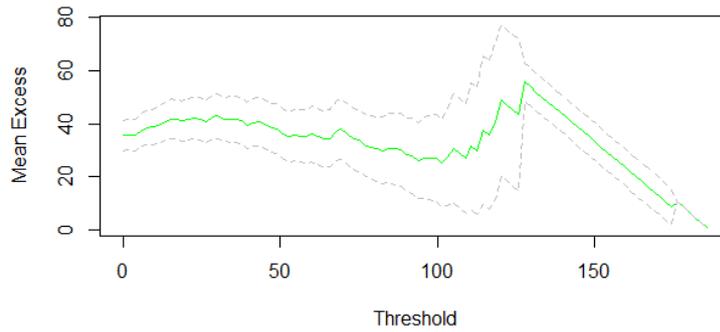


Figura 9: Gráfico de vida média residual para a escolha de um limiar para GPD

O gráfico da escala modificada patente na figura 10 indica que a variabilidade dos excessos aumenta até um limiar de cerca de 60, após o qual começa a diminuir. Similarmente, o gráfico do parâmetro de forma mostra estabilidade em torno do limiar 60, sugerindo que este valor é apropriado para a modelagem dos dados de excesso.

Para a análise dos índices pluviométricos de Mocuba, um limiar em torno de 60 é recomendado. Essa escolha permitirá capturar adequadamente a variabilidade dos eventos extremos de precipitação, proporcionando uma base robusta e confiável para a gestão de riscos associados.

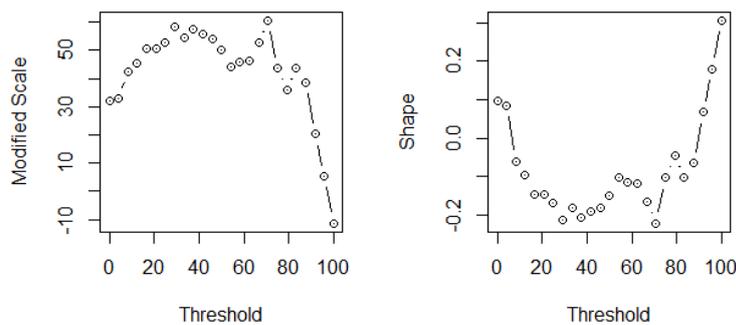


Figura 10: Gráfico de escolha de limiar para parâmetros estimados de escala e de forma para GPD

Para entender a ocorrência de eventos extremos de precipitação no distrito de Mocuba, Zambézia, é crucial identificar limiares adequados para a modelagem dos excessos utilizando a Distribuição Generalizada de Pareto. A escolha correta do limiar permite uma representação precisa da variabilidade e severidade dos eventos extremos, proporcionando uma base sólida para a gestão de riscos e planeamento.

Os gráficos de escala modificada e parâmetro de forma sugerem que os limiares de 40 e 60 são

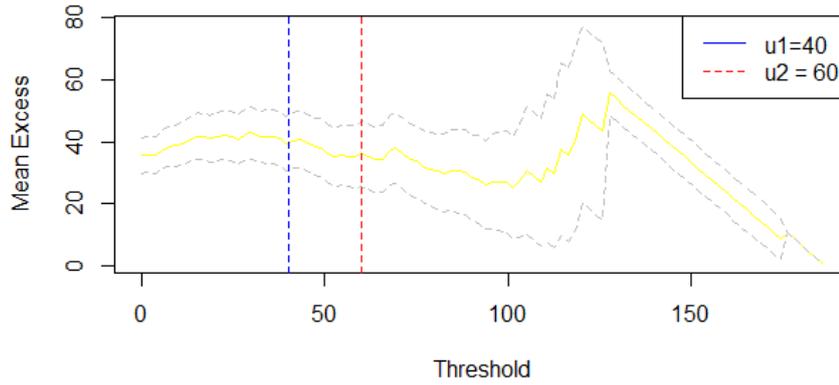


Figura 11: GVRM com o lugar dos valores dos limiares representados com cores diferentes para os dados de precipitação Máxima do distrito de Mocuba.

apropriados para a análise dos eventos extremos de precipitação. O limiar de 40 captura uma quantidade significativa de dados extremos, garantindo robustez na análise, enquanto o limiar de 60 mostra estabilidade nos parâmetros da GPD, sendo confiável para modelar a variabilidade dos eventos extremos. A utilização desses limiares permitirá uma análise detalhada dos índices pluviométricos, fornecendo insights sobre a distribuição dos eventos extremos e auxiliando na mitigação de riscos no distrito de Mocuba.

A tabela 6 apresenta estimativas dos parâmetros da GPD para os limiares 40 e 60. Para o limiar 60, a escala é estimada em 42.000 e a forma em -0.157, com intervalos de confiança relativamente amplos. Para o limiar 40, a escala é 46.505 e a forma -0.174, também com intervalos amplos. Ambos os limiares são adequados para capturar excessos de precipitação, mas o limiar 60 mostra maior estabilidade, evidenciada por intervalos de confiança mais estreitos. A escolha entre os limiares deve equilibrar complexidade do modelo e precisão das estimativas, com o limiar 60 sendo uma escolha mais robusta para análise em Mocuba.

Parâmetro	$u = 40$	IC95%	$u = 60$	IC95%
$\hat{\sigma}$	46.39	(45.8769, 46.9082)	41.91	(41.30445, 42.51912)
$\hat{\xi}$	-0.17	(-0.1803864, -0.1652532)	-0.16	(-0.166001, -0.1455239)

Tabela 6: Estimativas dos parâmetros da distribuição GPD para diferentes thresholds, com intervalos de confiança a 95%.

Os testes apresentados na tabela 7 confirmam que a GPD é um modelo apropriado para analisar os eventos de precipitação extrema em Mocuba, proporcionando uma base sólida para a análise

dos índices pluviométricos e a tomada de decisões informadas na mitigação de riscos associados a eventos extremos.

Os testes de Box-Ljung e Mann-Kendall indicam que não há autocorrelação significativa ou tendência nos dados de precipitação acima dos limiares de 40 mm e 60 mm. Os testes de Razão de Verossimilhança sugerem que a inclusão do parâmetro de forma não melhora significativamente o ajuste do modelo e o teste de Kolmogorov-Smirnov confirma que os dados seguem adequadamente as distribuições ajustadas, tanto com quanto sem o parâmetro de forma, para ambos os limiares.

Teste	Est. $u=40$	P-val $u=40$	Est. $u=60$	P-val $u=60$
Box-Ljung	X-sq = 0.085682	0.7697	X-sq = 0.38487	0.535
Mann-Kendall	$z = 1.3081$	0.1908	$z = 0.96809$	0.333
Razão de Verossimilhança	Chisq = 1.5566	0.2122	Chisq = 0.755	0.3849
Kolmogorov-Smirnov	$D = 0.06885$	0.9462	$D = 0.093799$	0.9007

Tabela 7: Resultados dos testes aplicados aos dados de precipitação acima do limiar de 40 e 60 mm.

Os gráficos apresentados nas figuras 12 e 13 mostram que os eventos de precipitação extrema em Mocuba, Zambézia, acima do limiar de 60 mm são independentes ao longo do tempo, conforme indicado pela ausência de autocorrelação significativa. Isso implica que esses eventos são esporádicos e não influenciam a ocorrência de futuros eventos extremos. A visualização dos excedentes acima do limiar revela variações significativas, com alguns eventos ultrapassando 150 mm, destacando a severidade e a distribuição irregular das chuvas extremas, essencial para a avaliação de riscos e planejamento de medidas de mitigação e adaptação climática.

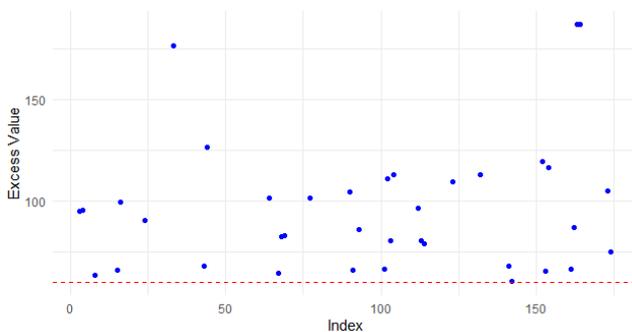


Figura 12: Excedentes Acima do Limiar $u = 60$

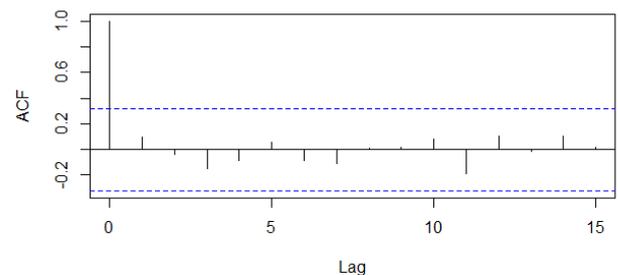


Figura 13: ACF dos Excedentes Acima do Limiar $u = 60$

Com base nos gráficos de diagnóstico patentes na figura 14, podemos concluir que a distribuição

Generalizada de Pareto é um bom ajuste para os dados de índices pluviométricos do Distrito de Mocuba, Província de Zambézia. Os gráficos sugerem que o modelo ajusta bem os dados e pode ser usado para previsões e análises adicionais, como a estimativa de níveis de retorno para diferentes períodos.

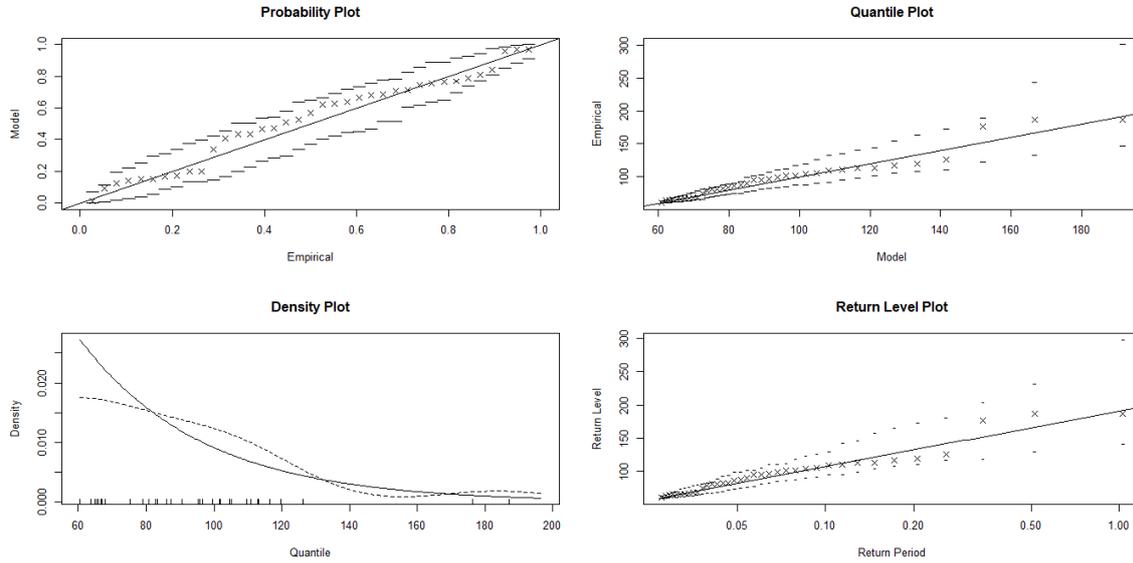


Figura 14: Gráficos para análise da qualidade do ajuste dos excessos do limiar $u = 60$ à distribuição GPD com parâmetros estimados

A tabela 8 apresenta as probabilidades de excedência para diferentes níveis de retorno n utilizando a distribuição Generalizada de Pareto (GPD) ajustada aos dados de índices pluviométricos de Mocuba. A probabilidade de excedência diminui à medida que o nível de retorno aumenta, indicando que eventos de precipitação extrema são menos frequentes. Por exemplo, há uma probabilidade de 69.15% de que a precipitação exceda 75 mm, mas apenas 7.31% de chance de exceder 150 mm.

Nível de Retorno (n)	Probabilidade (P)
50	100%
75	70%
100	36%
125	17%
150	7%

Tabela 8: Probabilidades de excedência para diferentes níveis de retorno utilizando a GPD.

A tabela 9 apresenta as previsões dos níveis de precipitação e os intervalos de confiança para diferentes períodos de retorno, utilizando a distribuição Generalizada de Pareto ajustada aos dados pluviométricos de Mocuba. Para um período de retorno de 2 anos, a precipitação esperada é de aproximadamente 87.49 mm, com um intervalo de confiança de 54.12 mm a 120.87 mm.

À medida que o período de retorno aumenta, os níveis de precipitação esperados também aumentam, sendo, por exemplo, para 100 anos, a precipitação esperada de cerca de 197.81 mm, com um intervalo de confiança de 164.43 mm a 231.18 mm.

Tempo (anos)	Previsão (mm)	IC Inferior (mm)	IC Superior (mm)
2	87.49221	54.11833	120.8661
5	119.59647	86.22259	152.9704
10	141.03473	107.66085	174.4086
30	170.64169	137.26781	204.0156
50	182.78685	149.41297	216.1607
100	197.80608	164.43220	231.1800

Tabela 9: Previsão de níveis de precipitação e intervalos de confiança para diferentes períodos de retorno.

O gráfico de nível de retorno patente na figura 15 apresenta a previsão dos níveis de precipitação para diferentes períodos de retorno e seus intervalos de confiança. À medida que o período de retorno aumenta, os níveis de precipitação esperados também aumentam, indicando que eventos de precipitação extrema se tornam mais raros, mas potencialmente mais severos.

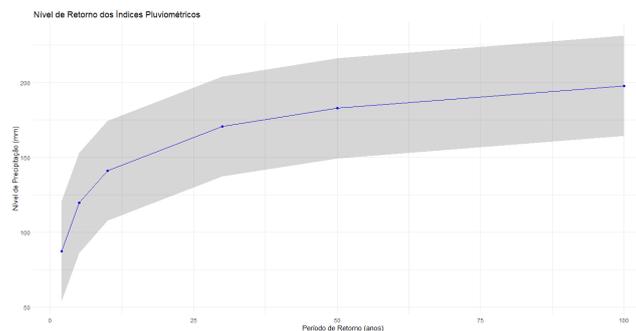


Figura 15: Gráfico de Nível de Retorno do limiar $u = 60$ à uma distribuição GPD com parâmetros estimados

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1 Conclusões

No presente estudo, foi realizada a análise dos índices pluviométricos de precipitação máxima do distrito de Mocuba utilizando a Teoria de Valores Extremos. Os modelos GPD e GEV foram ajustados satisfatoriamente aos dados, permitindo estimar níveis extremos de precipitação. Não foram identificadas tendências positivas ou dependência temporal na precipitação máxima mensal.

A análise de precipitação máxima em Mocuba usando EVT revelou-se eficaz para modelar precipitações extremas. As probabilidades de ocorrência e os cálculos de níveis de retorno fornecem informações valiosas para o planejamento de desastres e adaptação às alterações climáticas. A aplicação de técnicas estatísticas avançadas, como a GPD, é essencial para a gestão eficiente dos recursos hídricos e proteção das comunidades.

As estimativas de precipitação para os períodos de retorno de 2, 5, 10, 30, 50 e 100 anos foram calculadas utilizando os dois modelos de distribuições de Valores Extremos, GPD e GEV. A precipitação máxima esperada foi analisada através do modelo GEV, revelando uma precipitação máxima de aproximadamente 550 mm para um período de retorno de 100 anos, com um intervalo de confiança de 95% entre 139 mm e 1040 mm. O menor nível de retorno para ambos os modelos revelou uma precipitação de cerca de 20 mm para o GEV e aproximadamente 87 mm para o GPD a cada 2 anos.

É esperado que ocorram chuvas fortes ou torrenciais, com precipitações superiores a 65 mm, aproximadamente uma vez a cada 5 anos, com uma probabilidade superior a 20%, segundo o modelo GEV. Já pelo modelo GPD, espera-se que chuvas muito fortes, atingindo até 87,5 mm (intervalo de confiança de 54,12 - 120,87 mm), ocorram uma vez a cada 2 anos, com uma probabilidade de 50%. Para chuvas extremas, excedendo os 100 mm, espera-se uma ocorrência a cada 5 anos pelo modelo GPD e a cada 20 anos pelo modelo GEV, com probabilidades de mais de 36% e 5%, respectivamente. Estes resultados indicam uma alta probabilidade de chuvas potencialmente danosas, sendo crucial que o poder público e a população planeiem a prevenção

e minimização dos impactos causados.

5.2 Recomendações

Os resultados obtidos têm implicações práticas significativas para a avaliação do risco de eventos extremos de chuva no distrito de Mocuba. Os gráficos preparados podem orientar a administração local na elaboração de planos de contingência para lidar com a precipitação máxima com base na climatologia atual. Estudos desse tipo ainda são escassos na região, mas os resultados deste trabalho contribuirão para o planejamento regional e serão úteis para projetos econômicos e ambientais em andamento.

Com base nos resultados, recomenda-se a implementação de planos de contingência detalhados para eventos de precipitação extrema, utilizando os níveis de retorno e probabilidades identificados. Investir em infraestruturas resilientes e criar um sistema contínuo de monitorização dos índices pluviométricos são essenciais. Programas de educação para sensibilizar a população sobre os riscos e medidas preventivas, bem como a colaboração entre instituições de pesquisa e órgãos governamentais para investigar a variabilidade climática e desenvolver estratégias adaptativas, são cruciais para mitigar os impactos dos eventos climáticos extremos e proteger a população e os recursos de Mocuba.

5.3 Limitações

Embora o estudo forneça informações valiosas sobre a precipitação máxima em Mocuba, possui algumas limitações. A dependência de dados históricos de precipitação, cuja precisão pode ser questionável pela ausência de alguns dados.

Embora os modelos estatísticos GPD e GEV tenham sido ajustados de maneira satisfatória, todos os modelos estatísticos possuem limitações inerentes. A suposição de que os dados sigam uma distribuição específica pode não capturar todas as nuances dos fenômenos climáticos extremos. Além disso, a escolha do limiar para aplicação da Teoria de Valores Extremos (EVT) pode influenciar significativamente os resultados obtidos. A variabilidade climática natural, influenciada por fatores como El Niño e La Niña, pode não ser completamente capturada pelos

modelos, resultando em subestimações ou superestimações dos níveis de precipitação máxima. As alterações climáticas representam um desafio adicional, pois podem alterar os padrões de precipitação de formas que os modelos históricos não conseguem prever adequadamente. Projeções futuras exigirão modelos mais complexos que considerem diversos cenários de mudança climática

Referências

- [1] Araújo, I., et al. (2018). "Impacto das alterações climáticas nos recursos hídricos em Moçambique: Estudo de caso do rio Zambeze." Anais do Congresso Brasileiro de Gestão Ambiental e Sustentabilidade.
- [2] Ministério da Terra, Ambiente e Desenvolvimento Rural. (2017). Relatório Anual de Precipitação na Província de Zambézia.
- [3] Sarr, M., et al. (2020). "Climate Variability and Change in Mozambique: A Review of Climate Trends and Future Projections." Journal of Climate.
- [4] Smith, A. et al. (2019). "Local Climate Systems in Sub-Saharan Africa: A Review of Knowledge for the Future." International Journal of Climatology.
- [5] Jones, B. et al. (2018). "Impacts of El Niño and La Niña on Precipitation in Sub-Saharan Africa: A Systematic Review." Weather and Climate Extremes.
- [6] Coles, S. (2001). *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Springer.
- [7] Hosking, J. R. M., & Wallis, J. R. (1987). "Parameter and Quantile Estimation for the Generalized Pareto Distribution." Technometrics.
- [8] Mabaya, E., et al. (2017). "Impact of Extreme Weather Events on Smallholder Livelihoods and Adaptation Strategies: The Case of Floods and Droughts in Mozambique." Sustainability.
- [9] Ministério da Infraestrutura e Recursos Naturais. (2018). Relatório Anual de Desastres Naturais.
- [10] Silva, J., et al. (2020). "Avaliação da Qualidade dos Dados Climáticos: O Caso das Estações Meteorológicas em Moçambique." Revista de Climatologia.
- [11] Instituto Nacional de Meteorologia de Moçambique (INAM). (2019). Relatório Anual de Monitoramento Climático.
- [12] Carvalho, L. M. V., Jones, C., Posadas, A., & Mahomed, I. (2020). "Seasonal Forecasting for Mocuba, Mozambique." In L. M. V. Carvalho, A. Posadas, & C. Jones (Eds.), *Cli-*

- matic Extremes and Their Impacts on Agriculture in Mozambique* (pp. 21-41). Springer International Publishing.
- [13] Silva, R. A., & Carvalho, L. M. V. (2018). "Seasonal variability of daily precipitation over Mozambique." *International Journal of Climatology*, 38(6), 2727-2737.
- [14] Kamara, A. B., Dimes, J., & Schmitter, P. (2019). "Assessing the impacts of El Niño and La Niña on rainfall variability in Mozambique." *Weather and Climate Extremes*, 26, 100211.
- [15] Silva, R. A., Carvalho, L. M. V., & Jones, C. (2019). "The Dipole Mode Index as a Predictor of Rainfall Extremes over Mozambique." *Atmosphere*, 10(10), 562.
- [16] Sousa, P. M., Carvalho, L. M. V., Jones, C., & Trigo, R. M. (2020). "Atmospheric drivers of heavy precipitation events in Mozambique." *International Journal of Climatology*, 40(8), 3601-3613.
- [17] Dutta, D., & Herath, S. (2018). "Land use planning for sustainable disaster recovery: A case study of Sri Lanka." *International Journal of Disaster Risk Reduction*, 28, 28-39.
- [18] IPCC. (2018). "Summary for policymakers." In V. Masson-Delmotte et al. (Eds.), *Global warming of 1.5°C. An IPCC Special Report on the impacts of global warming of 1.5°C above pre-industrial levels and related global greenhouse gas emission pathways, in the context of strengthening the global response to the threat of climate change, sustainable development, and efforts to eradicate poverty*. IPCC.
- [19] Jeyaratnam, J., & Pham, T. T. H. (2019). "Public health impact of floods: What do we know and what can we do?" *Disaster Medicine and Public Health Preparedness*.
- [20] Jones, J. A. A., Smith, D. I., & Griffiths, G. M. (1999). "Rainfall intensity–duration–frequency relationships for southeastern Australia." *Journal of Hydrology*, 221(1-2), 109-122.
- [21] Embrechts, P., Klüppelberg, C., & Mikosch, T. (1997). *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. Springer.
- [22] Katz, R. W., Parlange, M. B., & Naveau, P. (2002). "Statistics of Extremes in Hydrology." *Advances in Water Resources*, 25(8-12), 1287-1304.

- [23] Davison, A. C., & Smith, R. L. (1990). "Models for Exceedances over High Thresholds." *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 52(3), 393-442.
- [24] Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W. (1988). *Applied Hydrology*. McGraw-Hill.
- [25] Smith, R. L. (1989). "Extreme Value Analysis of Environmental Time Series: An Application to Trend Detection in Ground-Level Ozone." *Statistical Science*, 4(4), 367-377.
- [26] Gilleland, E., & Katz, R. W. (2016). "extRemes 2.0: An Extreme Value Analysis Package in R." *Journal of Statistical Software*, 72(8), 1-39.
- [27] Kharin, V. V., & Zwiers, F. W. (2005). "Estimating Extremes in Transient Climate Change Simulations." *Journal of Climate*, 18(8), 1156-1173.
- [28] de Zea Bermudez, P., & Kotz, S. (2010). "Parameter Estimation of the Generalized Pareto Distribution – Part I." *Journal of Statistical Planning and Inference*, 140(6), 1353-1373.